

■本資料のご利用にあたって(詳細は「利用条件」をご覧ください)

本資料には、著作権の制限に応じて次のようなマークを付しています。
本資料をご利用する際には、その定めるところに従ってください。

* : 著作権が第三者に帰属する著作物であり、利用にあたっては、この第三者より直接承諾を得る必要があります。

CC : 著作権が第三者に帰属する第三者の著作物であるが、クリエイティブ・コモンズのライセンスのもとで利用できます。

Ⓒ : パブリックドメインであり、著作権の制限なく利用できます。

なし : 上記のマークが付されていない場合は、著作権が東京大学及び東京大学の教員等に帰属します。無償で、非営利かつ教育的な目的に限って、次の形で利用することを許諾します。

- I 複製及び複製物の頒布、譲渡、貸与
- II 上映
- III インターネット配信等の公衆送信
- IV 翻訳、編集、その他の変更
- V 本資料をもとに作成された二次的著作物についての I からIV

ご利用にあたっては、次のどちらかのクレジットを明記してください。

東京大学 UTokyo OCW 学術俯瞰講義
Copyright 2014,西村清彦

The University of Tokyo / UTokyo OCW The Global Focus on Knowledge Lecture Series
Copyright 2014, Kiyohiko Nishimura

金融危機への対処と数理科学： 前日本銀行副総裁の経験と省察

2014.7.3 16:30pm-18:00pm

2014.7.10 16:30pm-18:00pm

21 KOMCEE レクチャーホール

西村清彦

経済学研究科長・学部長

【概要】

- 数理学の抽象的で簡潔な世界と現実の複雑な市場経済はおおよそ対局にあると考え勝ちである。複雑な市場経済を予測する際、構造は安定していると考え過去のデータから将来を推測する。ところが世界金融危機前後ではこの構造が大きく変化し、過去の経験が将来の予測に役立たない状況になり、金融市場は楽観と悲観の間で大きく揺れ動いた。このとき『ほとんど未知の状況で人間は「合理的」にどのように行動するのか』を考える数理経済学的な思考が事態の対処に重要であった。講義の前半では、金融市場でどのような過去に類を見ないことが起こったかを説明し、後半で、それに説明を(しばしば unknown unknowns と呼ばれる)根源的な不確実性がある時の経済主体行動の数理的考察から与える。

簡単な略歴

- **東京大学経済学部卒業**(1975)、同大学院経済学研究科修士課程卒業(1977)、**米国イェール大学Ph.D.** (1982)。東京大学経済学部助教授(1983年～1994年)、同大学院経済学研究科**教授**(1994年～2005年3月)、**内閣府経済社会総合研究所総括政策研究官**(兼任2003年10月～2005年3月)、**日本銀行政策委員会審議委員**(2005年4月～2008年3月)を経て、**日本銀行副総裁**(2008年3月から2013年3月)。2013年3月20日に東京大学に戻り、10月より**研究科長・学部長**。2014年2月より**内閣府統計委員会委員長**。
- 学問的には**数理経済学**から出発し、動的経済システムの安定性を分析。その後**マクロ経済学のミクロ的基礎**を不完備情報下の不完全競争企業のナッシュ均衡で与える。更に不動産市場での価格形成、情報通信技術の生産性への影響、小売・物流での企業行動、等の、**理論分析から統計に基づいた実証分析**まで、幅を広げる。また不動産価格インデックスの作成等、現実のビジネスに関連する業務にも携わる。7月より**クックパッド株式会社取締役**。

プロローグ

予測・情報・数理的な思考

—Economic Intelligenceの必要性—

生活と予測

- 日常生活に「予測」は欠かせない
 - 今をiPhone 5cを買うか、他機種にするか、半年待つか
 - 今後出る機種の値段・機能の「予測」をしている
 - どんな携帯端末がほしいとおもうようになるかの「予測」も必要
 - 希望就職先にどの業界を選ぶか
 - 10年後、20年後の業界の発展度の「予測」が必要
 - 自分の能力をどこで高めるのが望ましいか
 - 自分の能力発展の「予測」も必要

経済活動と予測

- 殆ど総ての経済活動には予測がつきもの
 - 電力会社の電力供給計画
 - 電力需要予測に対応して供給計画
 - 電力中央研究所社会経済研究所でマクロ経済予測
 - 自動車会社では世界各地の需要予測
 - 生産計画—何処で生産し、何処へ輸出するか
 - 設備投資計画—現地生産が望ましいほどの需要があるか
 - 各社の「調査部」が担う

特に金融市場では 予測は生死を決する(1)

- 外国為替、債券、株式、商品
 - 取引が頻繁 – 毎日毎時毎分毎秒で結果が出る
 - 外国為替は基本的に24時間取引(場所を変えて)
 - 整備された市場 – 「流動性」が高い
 - 「手持ちはないが借りてきて売る」空売りが可能
 - 鞆抜き(arbitrage)、投機(speculation)
- デリバティブ(原資産からの派生商品)
 - 先物、オプション、インデックス取引
 - 現物を持たなくても取引可能
 - 高い「流動性」 – 同時に大きなリスク



特に金融市場では 予測は生死を決する (2)

- 金融商品の価格は実はそれ自体が「予測」
 - 株式価格 発行会社の将来利益「予測」に依存
 - 債券価格 将来金利「予測」に依存
 - デリバティブ 原資産の将来価格「予測」に依存
- 自分の予測、他人の予測
 - 金融商品の価格は市場「予測」(他人予測)に依存
 - 市場「予測」と自分の「予測」が異なるとき
 - 自分の予測が市場予測より信憑性が高いと考えるなら
 - 自分の予測に基づいて取引して利益を得る可能性高い

どのように予測するか

- 簡単ではない！
 - 「予測」は「当たらない」のが普通
 - 常に当たる予測があれば、それは「予測」ではなくて「全能の神の予言」
 - しかし予測の「外れ」を小さくすることは、多くの場合可能
- 考えなければならないこと
 - 対象の複雑性、多様性と「市場」の存在
 - 対象が「変わらない自然」ではなく「情報を得て行動を変える人間」であること
 - 不確実性・不透明性

不確実性・不透明性

- 将来は不確実、不透明
- しかし将来は、過去から現在の延長線上にある
- 過去（及び現在）は将来に関する貴重な情報
- しかし過去とは全く異なった将来もある
- 出来事の三分類
 - Known knowns 過去に起こった、知られた出来事
 - Known unknowns 過去の出来事から推測できる将来の出来事
 - Unknown unknowns 過去の出来事とは隔絶した将来の出来事

対応する経済情報の3つのタイプ

タイプ 1: すでに起こり、既知であることがよく分かっている出来事の情報 (Known knowns)

➤ 過去の出来事(統計)

タイプ 2: 未知であるが、起こることが予め分かっている出来事の情報 (Known unknowns)

➤ 過去の統計に基づいた、現在起こっていることの推測 (now-cast) と将来起きることの予測 (forecast)

タイプ 3: 未知であることさえ知られていない予期されていない出来事に関する情報 (Unknown unknowns)

➤ 事前に未知であるが、大きな影響を持ちうるもの

経済情報と数理分析

(A) Known knowns → 過去情報を整理する

- 「モデル」で考え、膨大なデータを整理し説明する ← 数理分析
- 様々な経済統計（公的な統計、私的な統計）
- そもそも経済統計は経済学「モデル」に基づいた「整理」が多い

(B) Known unknowns → 過去に基づく「数理的な」予測

- Econometric-model-based (計量モデル) と Judgment-based (段階的接近法－積み上げ式) ← いずれも数理分析が基礎
- すべてを考慮した「モデル」はない → “Estimate” と “Guestimate”
- 起こりつつあることはまだ「報告」されていない → 将来予測
“Forecast” に加えて現在予測 “Nowcast” の重要性

• (C) Unknown unknowns → 予期せざる出来事には？

- 制度（法、会計、監督）の知識
- “Market Intelligence” 市場のモニタリング
- 情報に対する感度を鋭く... The Devil Lies in the Details.
- しばしば「覆水盆に返らず」... Irreversibility の陥穽に注意³

実は重要なのは・・・

- Unknown unknowns
 - → 複雑で不可解な不確実性

Pentagon (米国国防総省の五角形の建物)

- Unknown unknowns

*But, there are also unknown unknowns,
the ones we don't know we don't know.*

*And if one looks throughout the history
of our country and other free countries,
it is the latter category
that tends to be the difficult ones.*

U.S. Secretary of Defense Donald Rumsfeld,
at a Department of Defense news briefing,
February 12, 2002

Pentagon

- Unknown unknowns

¶ “しかし、「未知であることさえ知られていない類の情報」もあります。これは私たちが知らないということに気づいていないものです。そして、米国や他の自由主義国の歴史を俯瞰すると、扱いが困難であったのは概してこの最後のタイプであったということが分かります。”

- ドナルド・ラムズフェルド米国国防長官

February 12, 2002

Part I. 金融危機以前の共通理解

1. 対象の複雑性・数の多さへの対処
2. 対象が「人間」である事への対処
3. 本源的な不確実性は無視
4. 現実には理想型からの比較的小さな乖離

1. 複雑性・多様性と市場の存在

- 複雑・多様な消費者・企業が対象だが、その行動の結果は市場で決まる市場価格に集約される
- 多様な財・サービスも価格で「加重平均」することで、いくつかの基本的な「集計量」に集約される（国内総生産、物価指数等）
- 集計量間の安定した関係 → マクロ経済学
- ミクロの動きとマクロの動きをつなぐ
← 数理分析（マクロ経済学のミクロ基礎）

基本的な考え方

- 経済活動を行う者は明らかに自分の利益になる機会があれば、それを使って自分の状態を良くしようとする
 - 消費者 → 「満足 の 増加」:
 - 企業 → 「利益 の 増加」:
- 利益追求の基本
 - 基本1: 無駄を省く
 - 基本2: Arbitrage (鞘抜き) で利益増大を図る
Arbitrage: 全体の「予算」は変えずに、ある部分の量を減少させてそれを別の部分に振り向ける

「利益追求」の行き着く先→「均衡」

- 消費者や企業が「満足する」のはもはや利益追求の機会を取り尽くした状態=「均衡」
→arbitrage(鞘取り)で「儲けられない」状況=No unexploited arbitrage opportunity condition
 - 経済主体個々の場合:「主体均衡」
 - 1市場、複数市場:「市場均衡」
 - 経済全体:「一般均衡」
- 均衡の数理的表現:
 - 目的関数の技術制約の下での最適化
 - 鞘取り機会の無い状態

理想型經濟

均衡・最適資源配分・物価/数量指數

Individual Behavior = Maximization of Utility or Profits

- There are n identical households of which the i - th household maximizes its utility $u(x_i^D, y_i^D)$ from consumption of product x (x_i^D) and product y (y_i^D) under the budget constraint $px_i^D + qy_i^D \leq I_i$, in which I_i is its income, p the price of product x , and q the price of product y :

$$\underset{x_i^D, y_i^D}{Max} u(x_i^D, y_i^D) \quad \text{subject to} \quad px_i^D + qy_i^D \leq I_i$$

- There are m identical firms of which the j - th firm maximizes its profits $px_j^S + qy_j^S - C$ where x_j^S is its supply of product x , y_j^S its supply of product y , C the fixed costs, under the required input constraint $G(x_j^S, y_j^S) \leq K_j$, where K_j is inputs available for the firm, and $G(x_j^S, y_j^S)$ is the required level of inputs when (x_j^S, y_j^S) are produced.

$$\underset{x_j^S, y_j^S}{Max} px_j^S + qy_j^S - C \quad \text{subject to} \quad G(x_j^S, y_j^S) \leq K_j$$

理想型經濟

均衡・最適資源配分・物価/数量指數

Market equilibrium Equilibrium of Product Markets

$$\sum_n x_i^D = \sum_m x_j^S$$

$$\sum_n y_i^D = \sum_m y_j^S$$

Optimal Allocation of Resources

$$\underset{x_i^D, y_i^D}{Max} \sum_{i=1}^n u(x_i^D, y_i^D) \quad \text{subject to} \quad \left[\begin{array}{l} \sum_n x_i^D = \sum_m x_j^S \\ \sum_n y_i^D = \sum_m y_j^S \\ G(x_j^S, y_j^S) \leq K_j \quad j = 1, \dots, m \end{array} \right.$$

理想型経済

均衡・最適資源配分・物価/数量指数

- 市場均衡では資源の最適配分が達成される。
 - 市場価格は、「その価格を前提として家計・企業が最適行動したら、資源の最適配分が達成される」ような価格となっている。
- 市場均衡ではもはや「さや取り」の機会はない
 - No Unexploited Arbitrage Opportunity
- 追加仮定（効用関数・生産関数の一次同次性）のもとで
 - 生産量（数量指数）＝総効用
 - 物価水準（物価指数）
＝総効用1単位獲得する為に必要な支出²³

2. 対象が「人間」であることへの対応

- 「人間」は学習する一過去の歴史に学ぶ
- 学習によって、よりよい予測ができて、経済活動の決定が可能なら、更に高い満足や利益を得る事が可能
- 従って、消費者や企業を、学習しない「物体」のように扱う訳にはいかない

「均衡」予測＝「合理的」期待生成

- 学習プロセスが十分に速いなら、学習プロセスの収束した姿、つまり「**均衡**」**予測**を考え、消費者や企業がこの均衡予測に基づいて経済活動を行っていると考えることができる
- また予測が均衡にあるということは、言い換えると予測が基づいていた「モデル」が、実際の経済の動きを示す「モデル」と同じである。
- 以上を数学的な言い方で表せば**均衡予測**は「**不動点**」である。
- **均衡予測**は、しばしば**合理的期待形成**と呼ばれる

3. 不確実性・不透明性

- Known unknowns を Known knowns から数理的な思考を使ってモデル化、予測する
 - Known unknownsを確率モデルとして定式化
→known knownsと基本的に同じ手法で分析
- Unknown unknownsは考えない
 - もしくは、known unknownsと同じ扱いにする
 - 例えば、人々はすべての場合にSubjective Probability主観的確率を持つと仮定
- 将来 (unknowns)は過去(known knowns)の延長線上にあると想定する

理想型マクロ経済動学

貨幣・物価水準・GDP・国富

Representative Household

$$\text{Max}_{X_t^D, \dot{K}_t} \int_{t=0}^{\infty} u(X_t^D) \exp(-\rho t) dt$$

subject to

$$p_t X_t^D + q_t I_t^D \leq w_t \bar{L} + \pi_t + r_t K_t$$

$$I_t^D = \dot{K}_t + \delta K_t$$

$$K_0 = \bar{K}_0$$

ρ : 時間選好率

X_t^D : t 期の財消費ベクトル; p_t : t 期の消費財価格ベクトル;

I_t^D : t 期の(粗)投資ベクトル; q_t : t 期の投資財価格ベクトル;

\bar{L} : 供給可能な労働量ベクトル; w_t : t 期の賃金率ベクトル

π_t : t 期の企業の利潤;

K_t : t 期の期首の資本ストックベクトル, r_t : t 期の資本のレンタル料ベクトル;

\dot{K}_t : t 期の純投資ベクトル(=資本ストックベクトルの時間微分); δ : 資本減耗率(正確には資本減耗率行列)

K_0 : 0 期の資本ストックベクトル

理想型マクロ経済動学

貨幣・物価水準・GDP・国富

Representative Firm

$$\text{Max} \int_{t=0}^{\infty} \pi_t \exp \left(- \int_{s=0}^t i_s ds \right) dt$$

where

$$\pi_t = \{ p_t X_t + q_t I_t - w_t L_t^D - r_t K_t^D \}$$

$$X_t \leq F(I_t; K_t^D, L_t^D) e^{gt}$$

π_t : t 期の利潤

X_t : t 期の消費財の供給ベクトル I_t : t 期の資本財の供給ベクトル

K_t^D : t 期の資本ストック需要ベクトル L_t^D : t 期の労働需要ベクトル

$F \times e^{gt}$: 一般化された生産関数 (資本 K_t^D 、労働 L_t^D を投入し、資本財 I_t を生産しているときに生産可能な消費財の量)

g : 技術進歩率 (一定と仮定)

理想型マクロ経済動学

貨幣・物価水準・GDP・国富

法定通貨と「銀行部門」

これに加えて、すべての取引は「銀行部門」が保有する貨幣によってなされなければならない（法定通貨）。取引は以下のようになされると考える。まず企業が銀行から賃金 $w_t \bar{L}$ 、資本レンタル料 $r_t K_t^D$ 、そして利潤 π_t を銀行から貨幣を借りて家計に支払う。その貨幣を使って家計は企業から消費財 X_t^D と資本財（投資財） I_t^D を企業から買う。企業は得られた貨幣 $p_t X_t^D + q_t I_t^D$ で銀行に返済する。この「超短期」の貨幣取引には取引費用が発生しないと仮定する。

理想型マクロ経済動学

貨幣・物価水準・GDP・国富

市場均衡 Equilibrium in the Consumption Goods Market

$$X_t^D = X_t$$

Equilibrium in the Investment Goods Market

$$I_t^D = I_t$$

Equilibrium in the Capital Stock Markets

$$K_t^D = K_t$$

Equilibrium in the Labor Markets

$$L_t^D = \bar{L}$$

Equilibrium in the Money Market

$$M_t^S = M_t^D$$

理想型マクロ経済動学

貨幣・物価水準・GDP・国富

Optimal Growth 市場均衡で決まる資源配分は、以下の最適成長問題の解である。

$$W(\bar{K}_0, 0) \equiv \underset{X_t, \dot{K}_t}{Max} \int_{t=0}^{\infty} u(X_t) \exp(-\rho t) dt$$

s.t.

$$X_t \leq F(\dot{K}_t + \delta K_t; K_t, \bar{L}) e^{gt},$$

$$K_0 = \bar{K}_0$$

そこで、この問題を解いて最適資源配分を得て、それに対応する shadow prices を導出すれば、それが市場均衡価格になっている。

理想型マクロ経済動学

貨幣・物価水準・GDP・国富

- No Unexploited Arbitrage Opportunity Condition
→ 資本財(stock)価格 = 投資財(flow)価格
- 貨幣量 = 物価水準 × 実質GDP → 貨幣数量説
- 実質粗国内生産 (real GDP) =
総消費からの総効用
+ 投資1単位からの将来消費の現在効用 × 純投資量
+ 実質減価償却
- 実質純国内生産 (real NDP) と国富 (national wealth
— 国全体の将来総効用の現在価値) は比例関係

4. 現実とは理想型からの(比較的小さな)乖離

- 現実とは理想型経済のモデルの通りには動かず
- 理想型経済にならない、いくつかの理由
 - 不完全競争
 - 価格の硬直性
 - 様々な外部性
- そのため現実とはsuboptimal → 財政金融政策でsuboptimalな状況をできるだけoptimalに近づける
- 但し乖離の程度は大きくないと想定。均衡回りの一次近似でほぼ対処できると想定。

以上4つの共通理解の元での 予測に関する三つの手法

- 手法1:「将来は過去の延長線上」を文字通り利用
 - 過去の経済変数の「規則性」を取り出しその規則性が将来も過去とは大きくは変わらないと考え、予測する
 - 時系列分析、「誘導型reduced form」分析
- 手法2:根源的な消費者や企業の目的関数・制約条件を過去dataから推計、それをを用いて将来予測
 - 「構造型structural form」分析
- 見方3:上述の「簡単なモデル」ではとらえられない要素も重要と考え、それも取り入れる
 - “Judgment-based” forecast

5. 金融危機前の金融市場 (1)

- 先述した4つの共通理解は、金融危機以前の金融市場、特に新しく登場した証券化市場で顕著
- 金融市場は均衡にあると仮定し、no unexploited arbitrage opportunity conditionから確率均衡価格モデルを作り
- 将来を決める確率均衡価格モデルは、過去を決めたものと同じと仮定し、
- 過去のデータに基づき確率均衡価格モデルのパラメータを推計、
- それで均衡価格を予測→理論価格と称する

4. 金融危機前の金融市場 (2)

- **投資家の機関化**が広汎に進んでいた(投資信託、年金基金、sovereign wealth funds等)
- これら機関投資家に求められるのは**説明責任** accountability (実は中央銀行も・・・)
- そして**説明責任**を果たす際に有用なのが、この**理論価格**。そこでこの**理論価格**が「正しい価格」として特に機関投資家に広く受け入れた。
- 更に**説明責任**の一部を肩代わりする**格付機関**
- 加えて、複雑なリスク評価が必要な時は、格付機関が自らのjudgmentを加えることも普通になされた(格付機関のCDO-squaredの評価が良い例)³⁶