

- 第6回 物性物理学とは何をする学問か
- 第7回 量子力学と人工構造物質  
ー ハイテクと先端物理
- 第8回 原子を操る, 量子を操る  
ー ナノサイエンスと量子情報
- 第9回 多様な物質, 多様な物性

東京大学物性研究所  
家 泰弘



# 前回の復習(1)

- スケールの話
- 現代文明と物理学
  - パソコン, 携帯電話, 衛星通信, GPS, MRI
  - 半導体, 磁性体, 誘電体, 液晶, ゲル, 超伝導体
- 物理学の中の物性物理学
  - MatterとMaterial
  - Materials Science 物性科学/材料工学
  - 素粒子物理学との概念のキャッチボール
  - 物質世界の階層構造 ⇒ 創発的性質
  - 多様な物質, 多様な物性

# 前回の復習(2)

- 量子力学と原子構造
  - 原子のエネルギー準位  $\Rightarrow$  殻構造  $\Rightarrow$  周期律
  - 重要なのは最外殻の電子エネルギースケール $\sim$ eV
- 物質の存在形態
  - エネルギー対エントロピー  $\Rightarrow$  相転移
- 原子の凝集機構と結晶構造
  - 結晶構造  $\Rightarrow$  X線(電子線, 中性子線)回折
  - 原子を結びつける力: ファンデアワールス結合, イオン結合, 共有結合, 金属結合, 水素結合
- $\Rightarrow$  多様な物質, 多様な物性 (第9回)

# 今日のお話

- 量子力学について
- 量子干渉
- 人工物質・メゾスコピック系
- 量子伝導現象

# 量子力学について

# 量子力学

ミクロの世界のふるまいを記述する理論体系

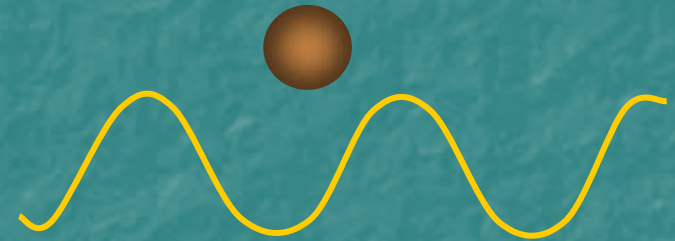
原子・分子の構造

固体の中の電子のふるまい

光と物質

光 波であり粒子である

電子 粒子であり波である



粒子だとか波だとかいうのは、われわれが日常的な（古典力学的）現象の類推で、量子力学をイメージしようとするときにそういう言葉しかもっていないことの反映

粒子性：離散的，1個1個

波動性：重ね合わせ，干渉

# 量子力学的粒子は波としての ふるまいも示す

ド・ブロイ(de Broglie)波長

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

運動量

100Vで加速された電子のド・ブロイ波長

$$E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE}$$

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \\ &= \frac{6.62 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 0.91 \times 10^{-30} \times 100 \times 1.6 \times 10^{-19}}} \\ &= 1.23 \times 10^{-10} \text{ m} \quad \lambda = 0.12 \text{ nm}\end{aligned}$$

古典的粒子(たとえばテニスボール)のド・ブロイ波長は極めて短い

# 量子力学

粒子の状態は波動関数  $\psi(x, y, z, t)$  によって記述される

粒子の存在確率は  $|\psi(x, y, z, t)|^2$  で与えられる

波動関数の時間発展はシュレーディンガー方程式

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(x, y, z, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(r) \right) \psi(x, y, z, t) \quad \text{に従う}$$

線型方程式  $\Rightarrow$  重ね合わせの原理

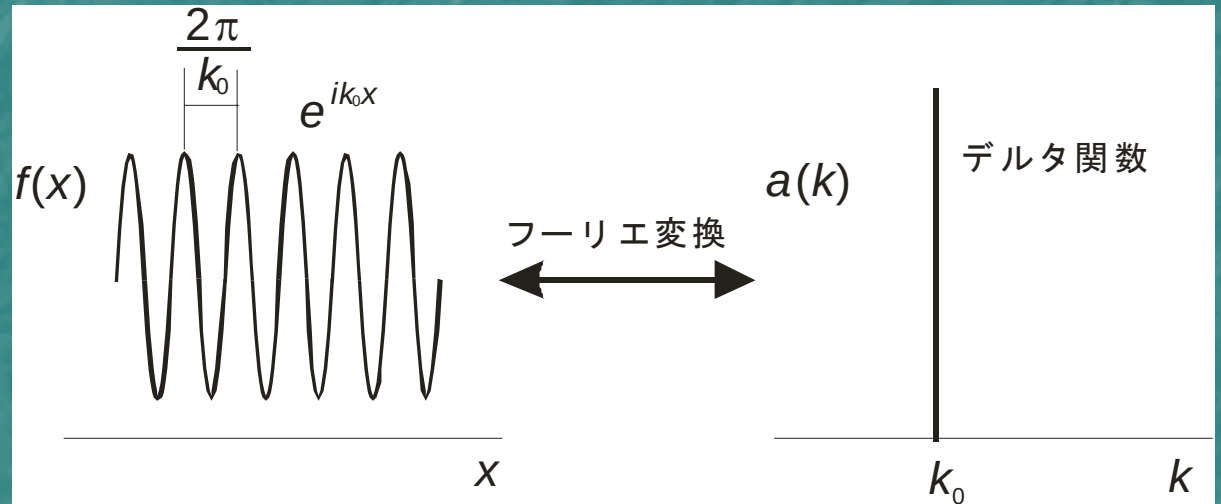
$$\psi_1, \psi_2 \Rightarrow \psi_1 + \psi_2 \Rightarrow \text{量子干渉}$$

# 不確定性関係

量子力学的粒子の位置と運動量との間には不確定性関係  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$  がある

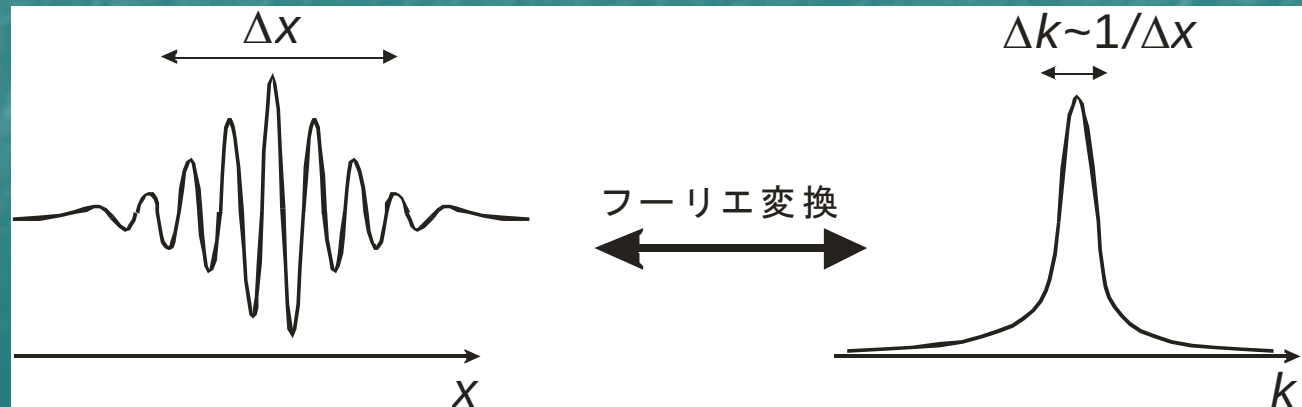
運動量  $p = \hbar k_0$   
が確定した  
平面波

$$\psi(x) = e^{ik_0 x}$$



波束

$$\psi(x) = \sum_k c(k) e^{ikx}$$



# 量子力学状態と測定値

粒子の存在確率は  $|\psi(x, y, z, t)|^2$  で与えられる

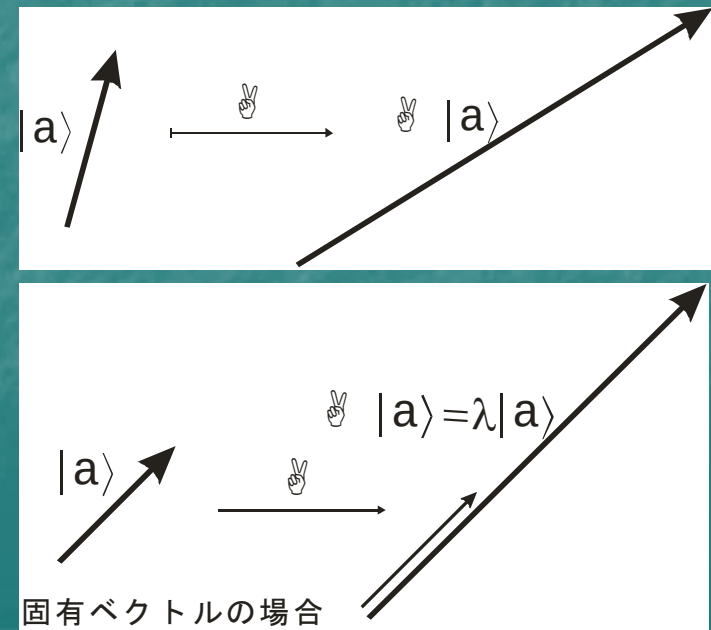
粒子の位置を測定すれば, ある1点に見出される

量子力学的状態は「波動関数」(あるいは別の言い方では)「**ヒルベルト空間という抽象的な空間の中の状態ベクトル**」で表される

物理量には演算子に対応する  
演算子の固有関数と固有値

線型代数

$$\hat{A}\psi = \lambda\psi$$



# 量子力学における測定

一般に、量子力学は「同じ状態」に対してある物理量の測定を繰り返したときの測定値の確率分布を与えるが、個々の場合に得られる測定値は与えない。

測定によって、状態はその物理量の固有状態の一つになる ⇒ 「状態の収縮」

シュレーディンガー方程式による時間発展と、  
測定による波動関数の収縮

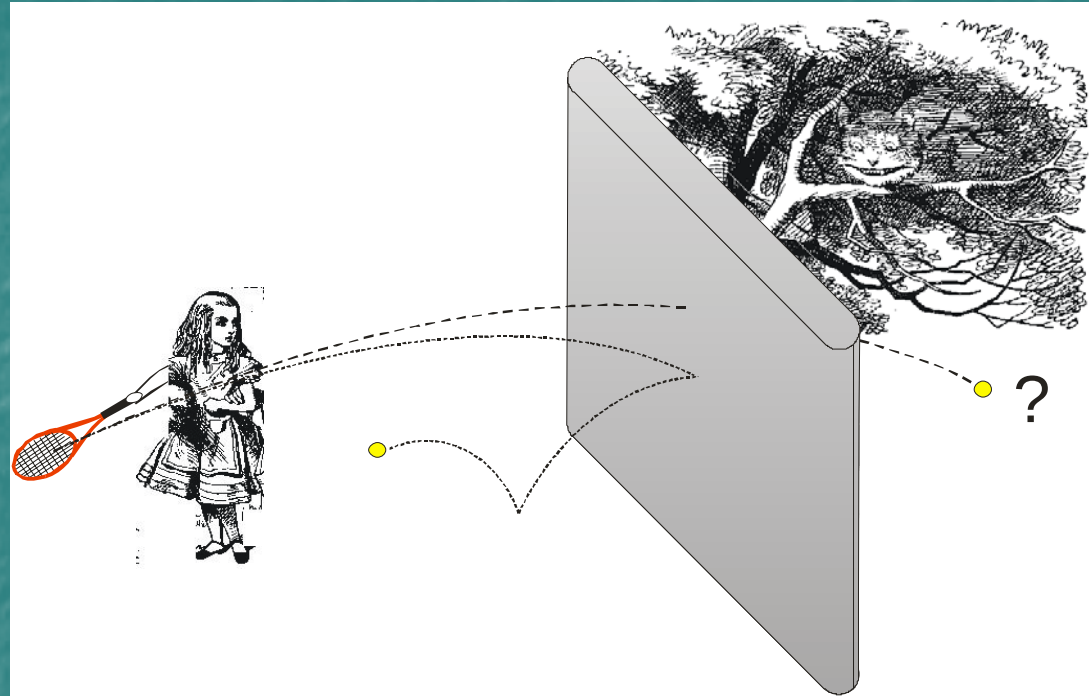
量子力学の標準的解釈(コペンハーゲン解釈)

量子力学の観測問題, 解釈問題

# 量子力学特有の現象

## トンネル効果

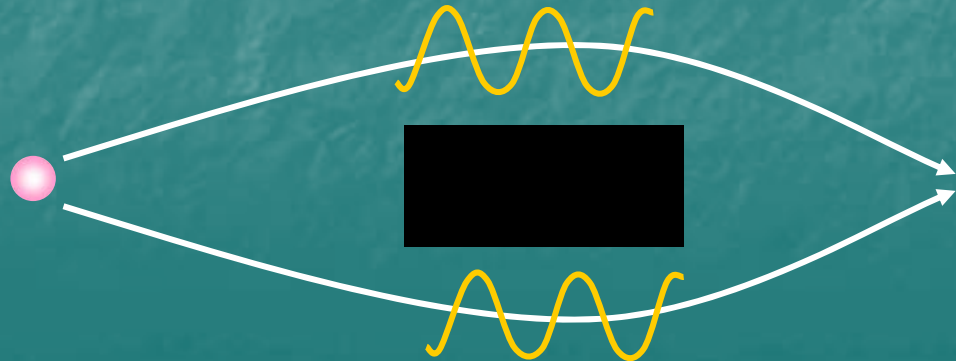
- 古典力学では通り抜けられないはずのポテンシャル障壁を通り抜ける



家泰弘 2006「アリスの量子力学」 パリティ 丸善株式会社 ㊦

## 量子干渉効果

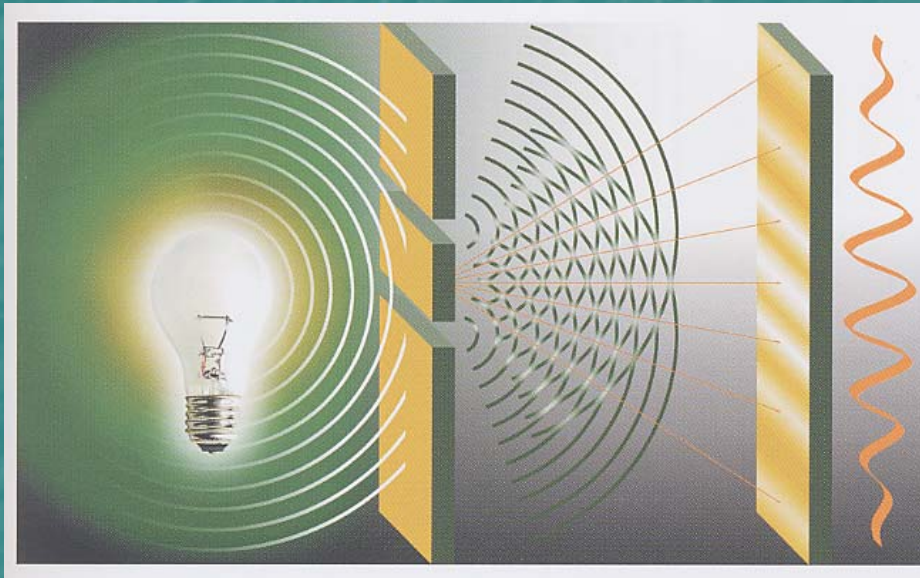
- 異なる経路を通る状態の重ね合わせ  
⇒ 量子干渉



# 量子干涉

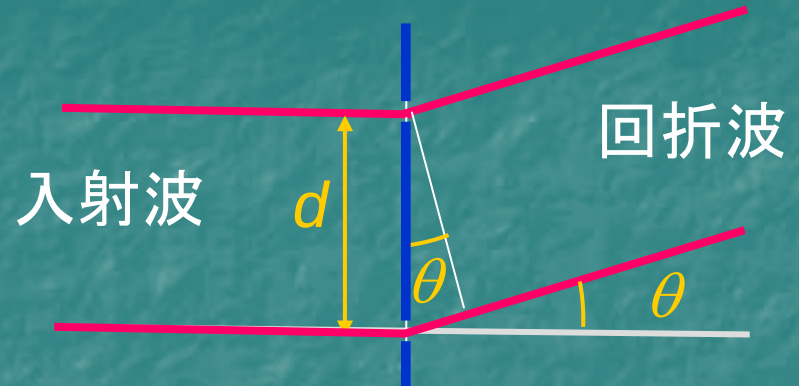
# 光波の干渉

ヤング(Young)の二重スリットの  
実験(1805)

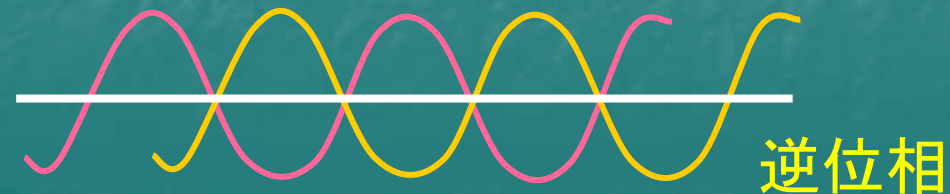
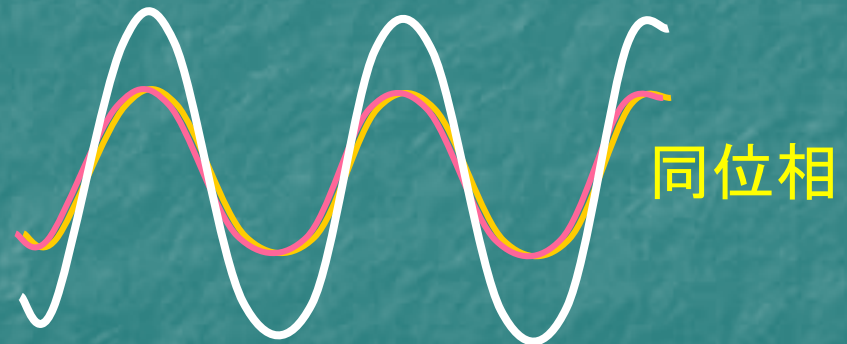


出典確認中 +

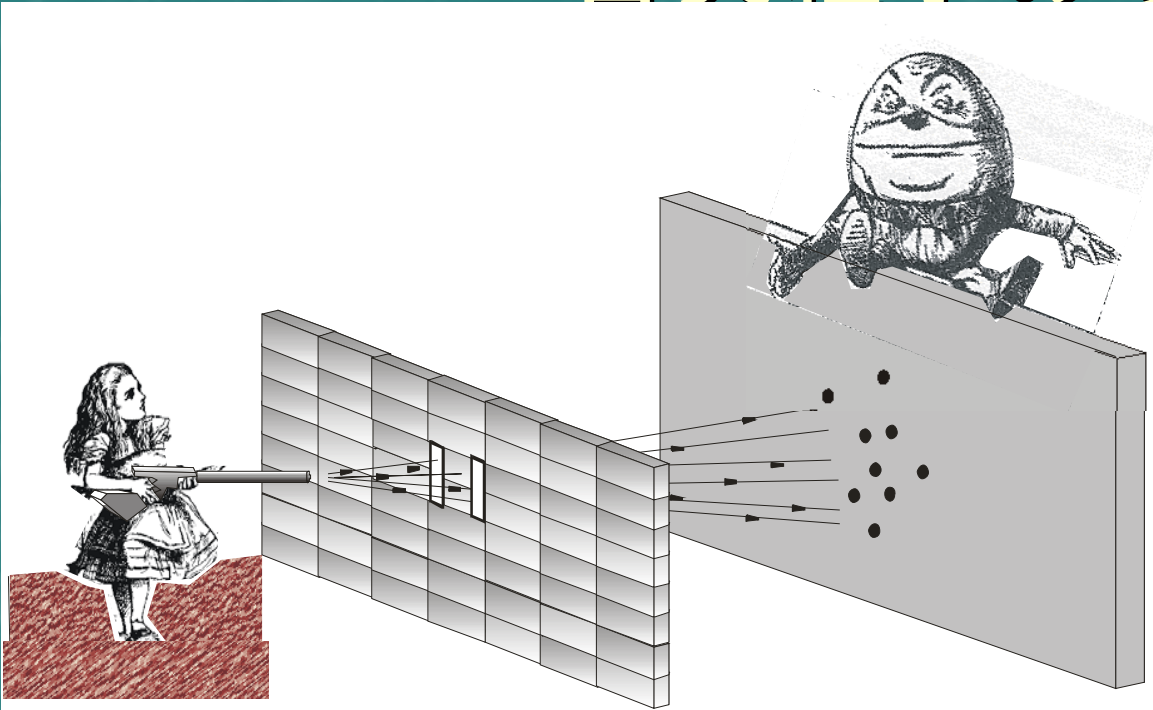
それぞれのスリットを  
通った波の干渉



$$d \sin \theta = \begin{cases} n\lambda & \text{強め合い} \\ (n + \frac{1}{2})\lambda & \text{打ち消し合い} \end{cases}$$



# 古典粒子の場合

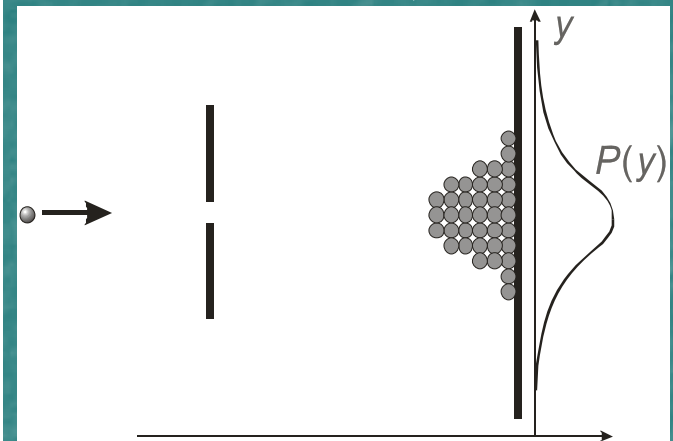


家泰弘 2006「アリスの量子力学」 パリティ 丸善株式会社

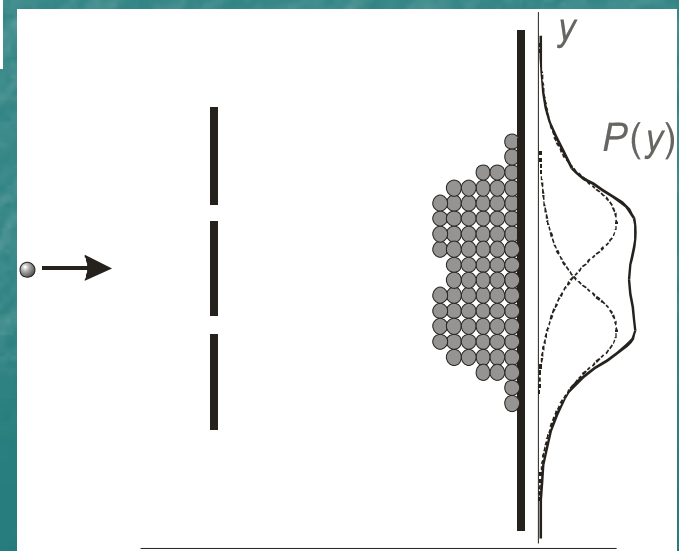
ある場所に弾丸が到達する確率  
= 右のスリットを通過してそこに来る確率  
+ 左のスリットを通過してそこに来る確率

$$P_{\text{total}}(y) = P_R(y) + P_L(y)$$

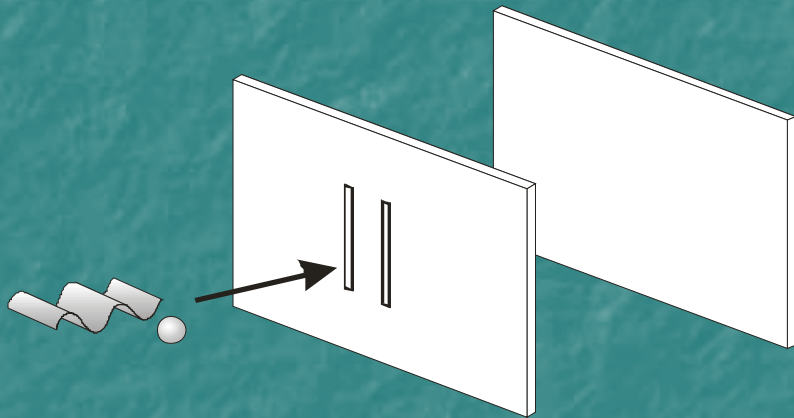
## 1つのスリット



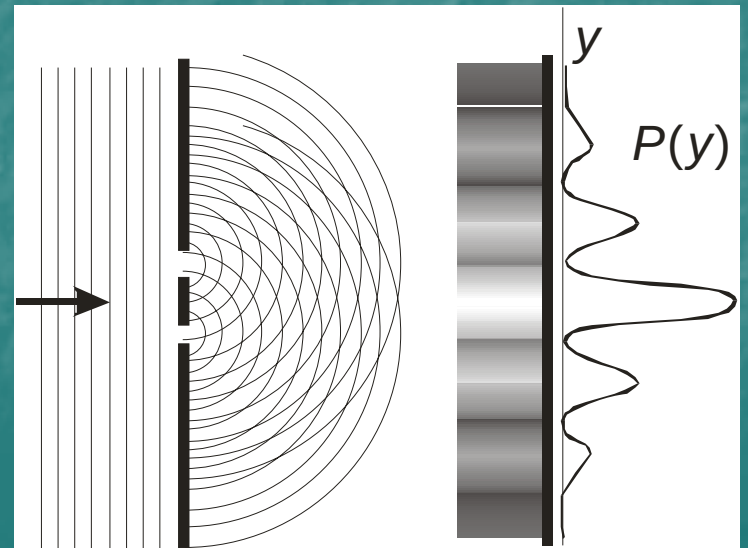
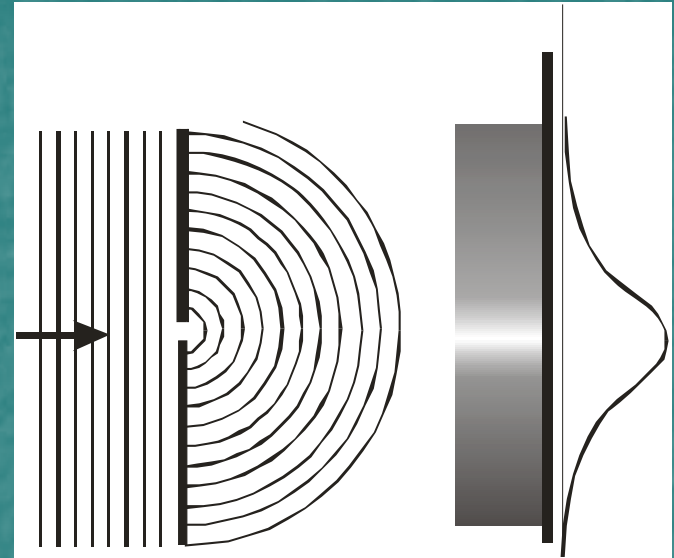
## 2つのスリット



# 波を入射させる



干渉パターン



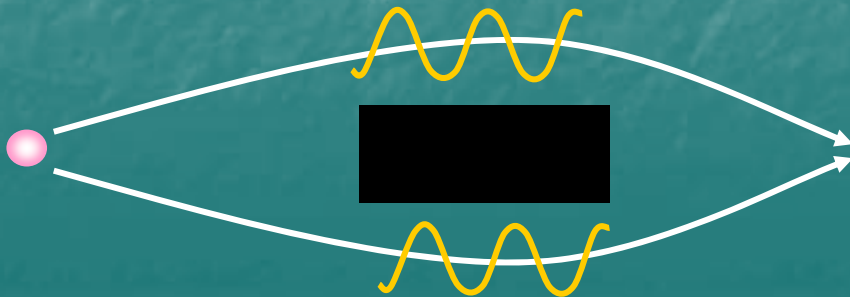
# 量子力学的粒子の場合

$$\Psi_{\text{total}} = \Psi_{\text{R}} + \Psi_{\text{L}}$$

波動関数＝右側のスリットを通る波動関数  
＋左側のスリットを通る波動関数

確率＝ | 波動関数 | <sup>2</sup>

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{total}}|^2 &= |\Psi_{\text{R}} + \Psi_{\text{L}}|^2 \\ &= |\Psi_{\text{R}}|^2 + |\Psi_{\text{L}}|^2 + \underbrace{\Psi_{\text{R}}^* \Psi_{\text{L}} + \Psi_{\text{R}} \Psi_{\text{L}}^*}_{\text{量子干渉項}} \end{aligned}$$



量子干渉項

# 電子の干渉

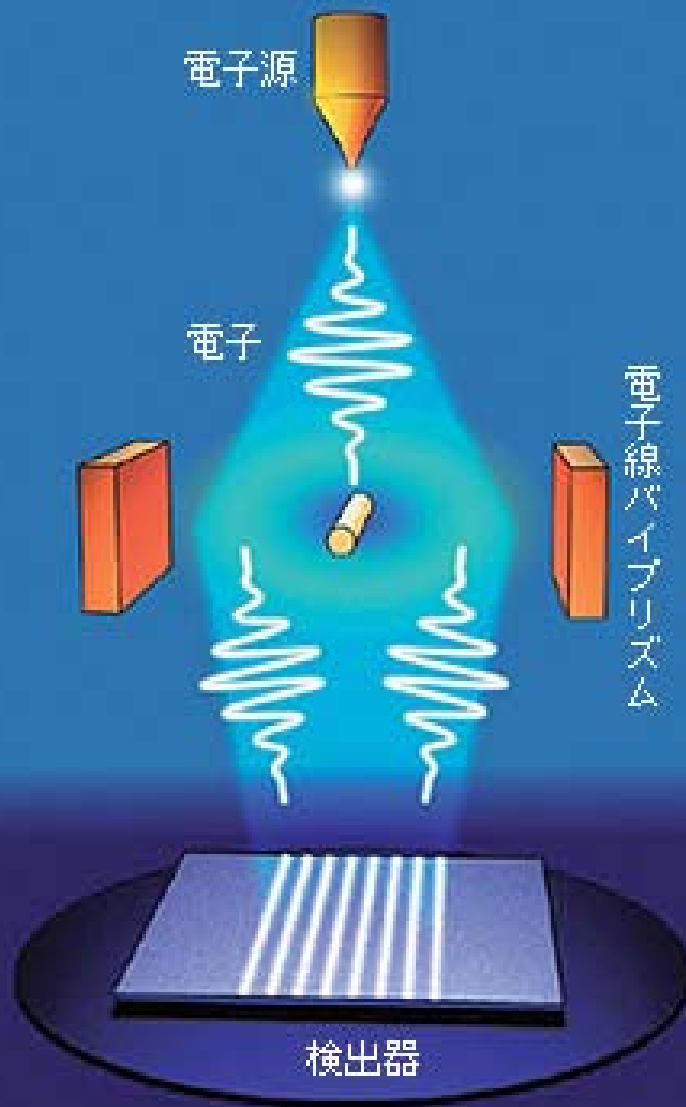
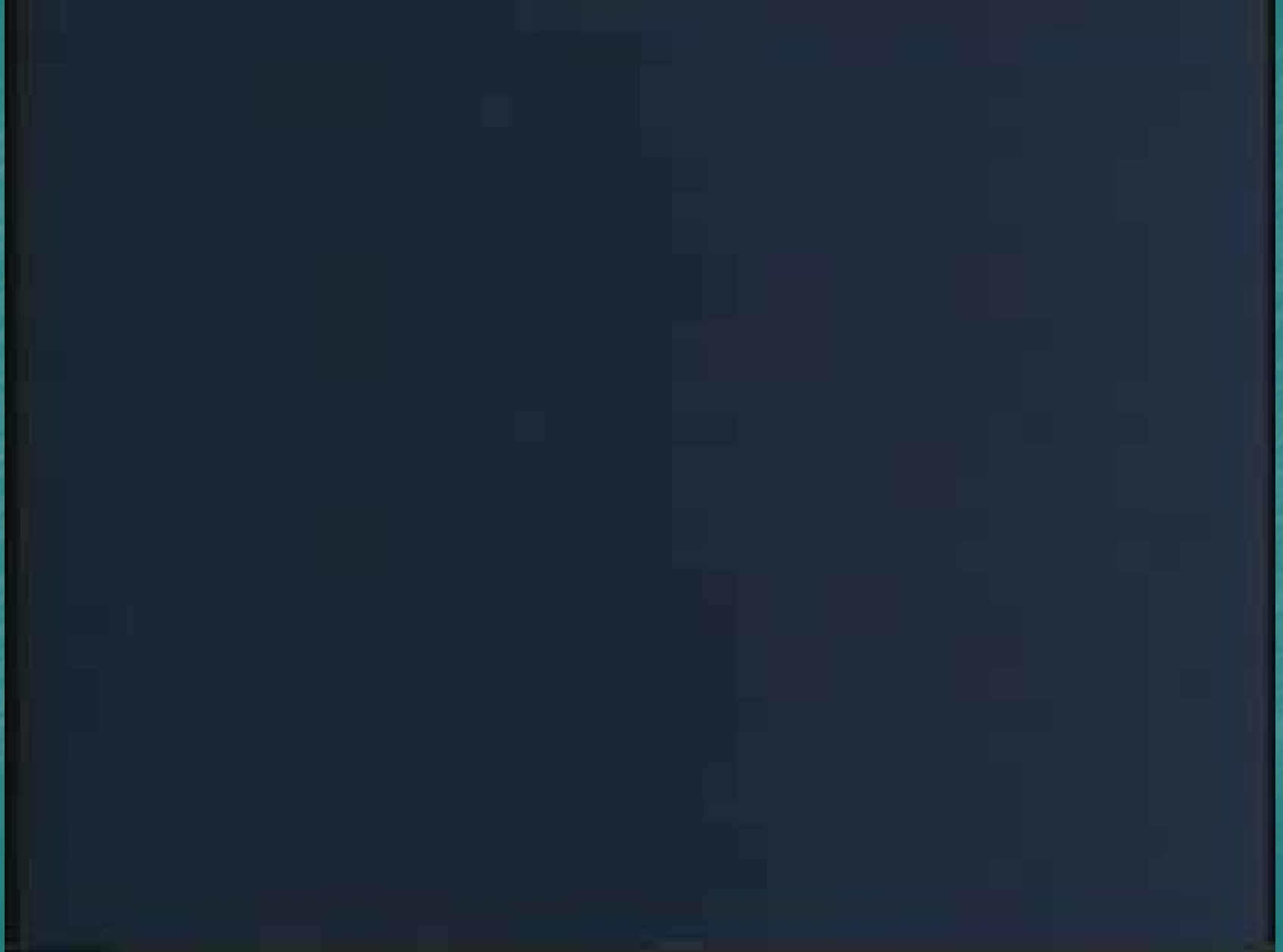


図3 電子の二重スリット実験の概要

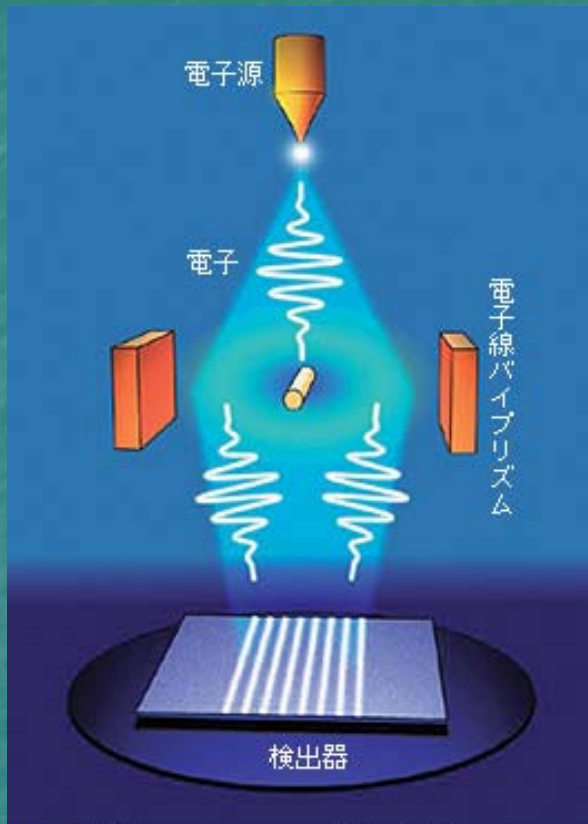
この実験ではスリット（すき間）の代わりに電子線パイプを使う。このような実験は技術的に難しく、かつては頭の中だけでできる思考実験だと考えられていた。

外村 彰博士  
(日立基礎研究所)<sup>+</sup>

# 電子による二重スリットの実験(外村 彰博士)



# 電子の干渉

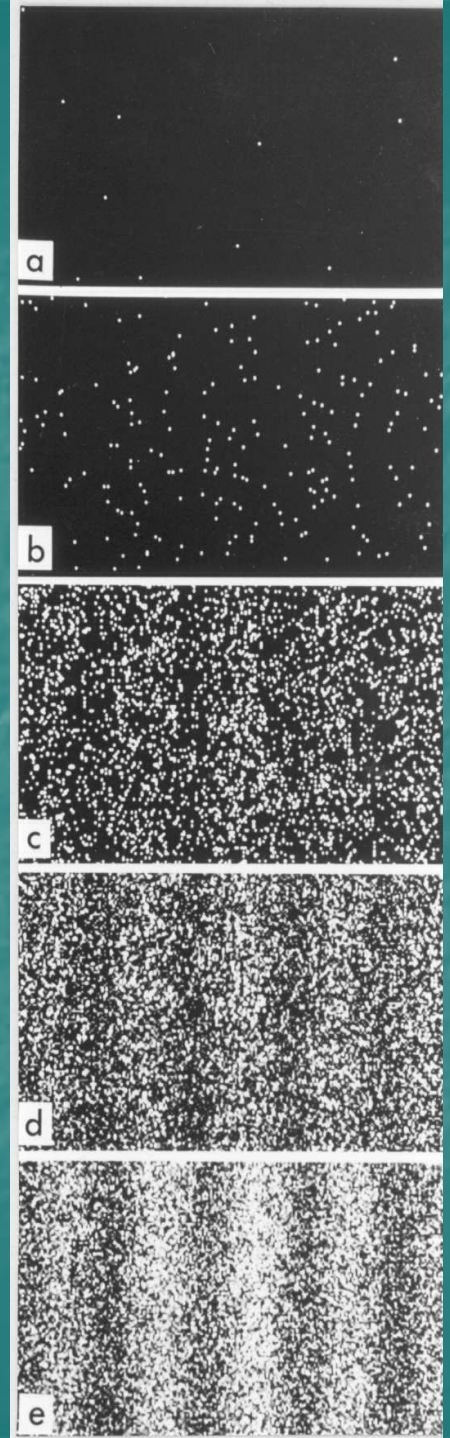


外村 彰博士  
(日立基礎研究所) †

電子は1個1個  
スクリーンに到  
達する

干渉縞が現われる

電子の波動性の  
鮮やかな実証

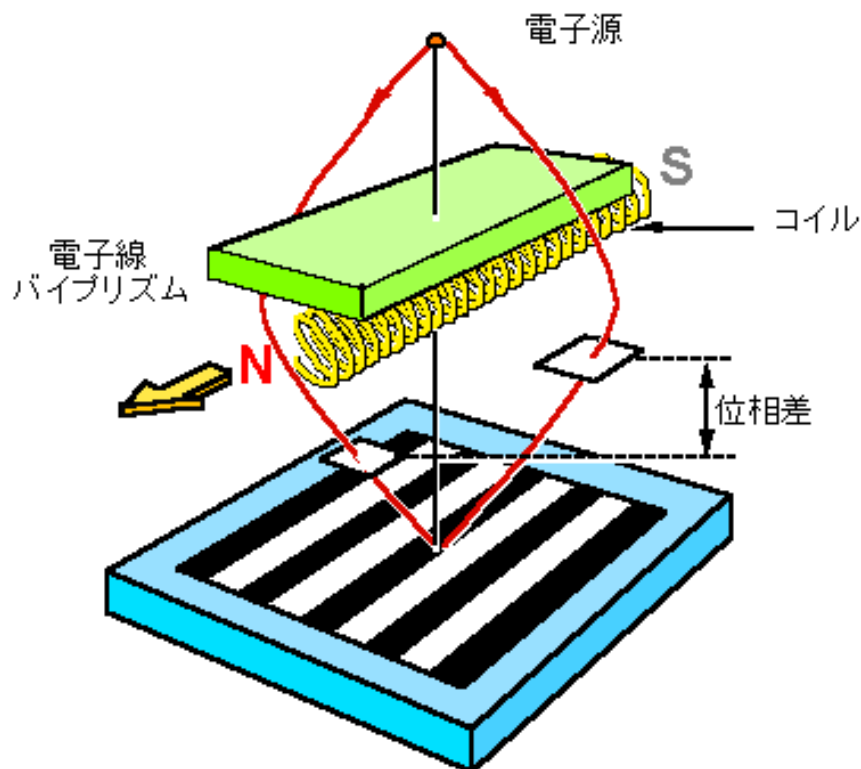


# アハロノフ・ボーム (AB) 効果

磁場 (ベクトルポテンシャル) によって電子の位相が変化する

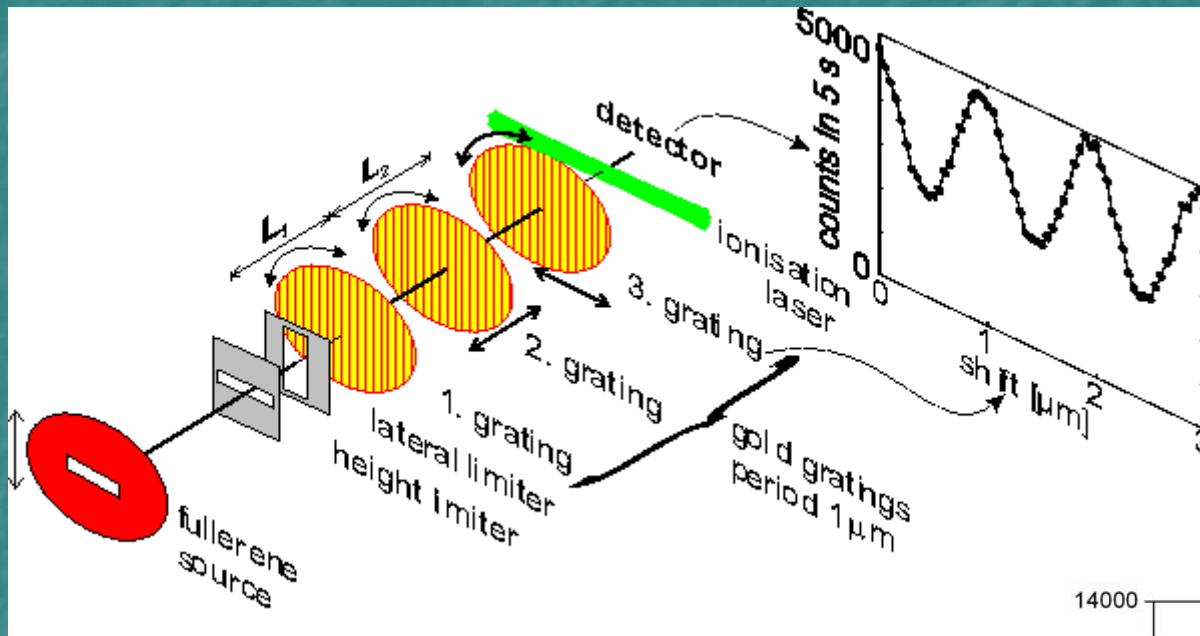
$$\psi \Rightarrow \psi e^{i \frac{e}{\hbar} \int \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}}$$

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{\hbar}{e} \int_L \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} - \frac{\hbar}{e} \int_R \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \\ &= \frac{\hbar}{e} \oint_{\text{loop}} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{\hbar}{e} \int \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} \\ &= 2\pi \frac{\phi}{\phi_0} \quad \phi_0 = \frac{h}{e} \end{aligned}$$

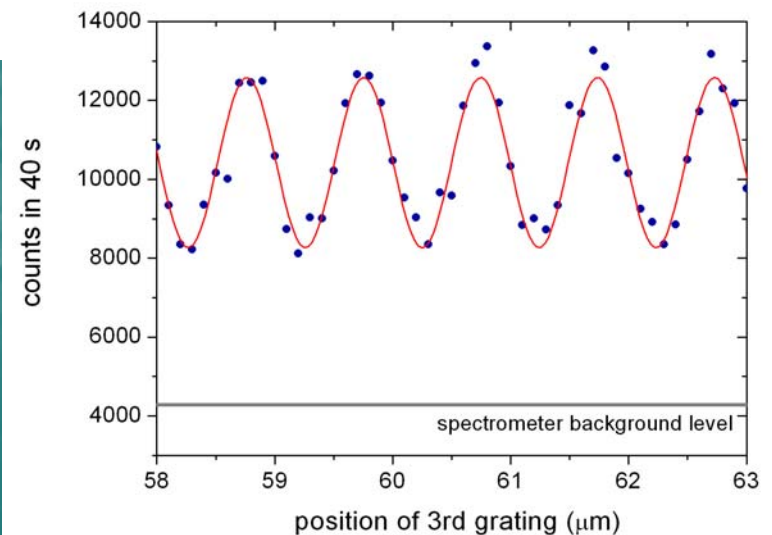
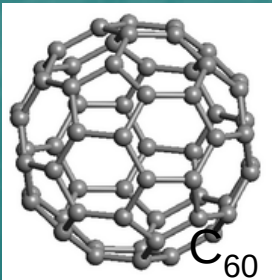


このページの図版は出典確認中

# どのくらい大きなものまで干渉する？

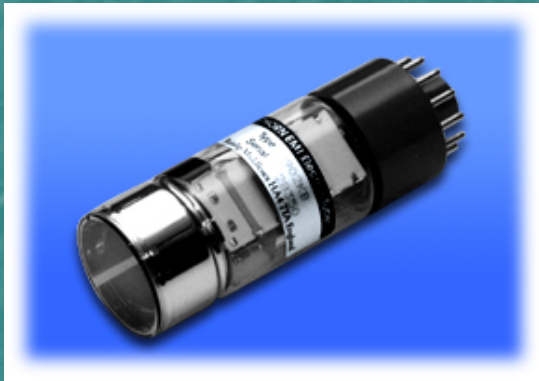


A. Zeilinger  
ウィーン工科大学



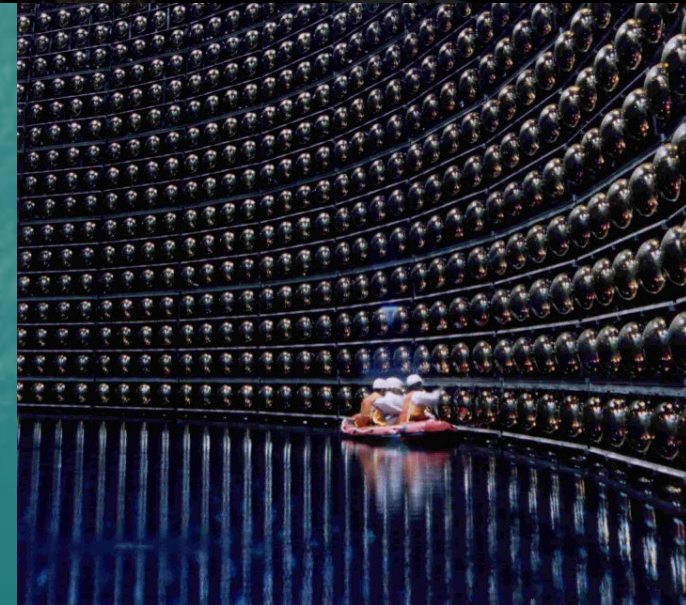
# 光でも同じ

光は通常、波と考えられているが粒としての性質も示す  
⇒ 光電効果



微弱光をとらえる  
光電子増倍管

光子1個1個が検出される



- これまでの話は真空中の粒子の量子干渉
- 物質の中の電子も量子干渉を示すか？
- 量子干渉性 コヒーレンス (coherence)
- コヒーレンスを失わせるもの：  
デコヒーレンス (decoherence)

# 人工物質とメゾスコピック系

# スケールの小さな話



# メゾスコピック系



ミクロとマクロの中間スケール

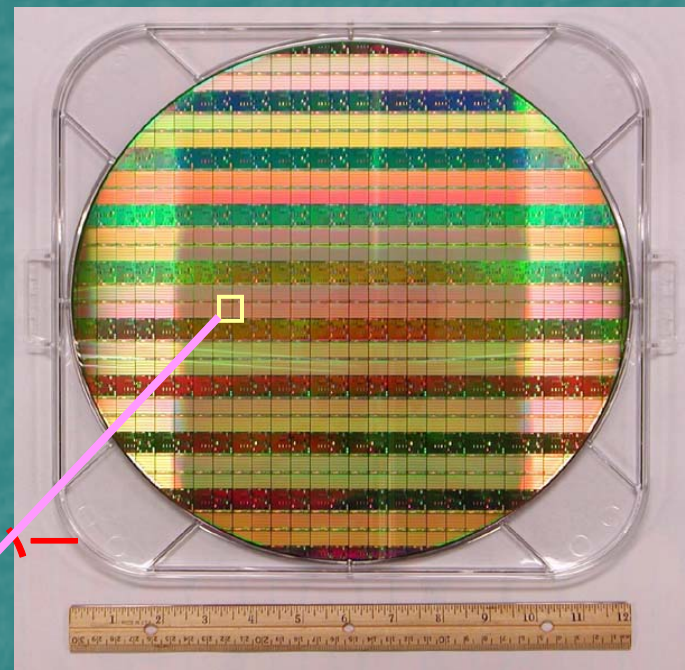
# 半導体素子の微細化

この場所のトランジスタの写真は、著作権の都合により公開できません。

最初のトランジスタ  
米国ベル研究所  
(1946年)

50年

シリコンウェハー

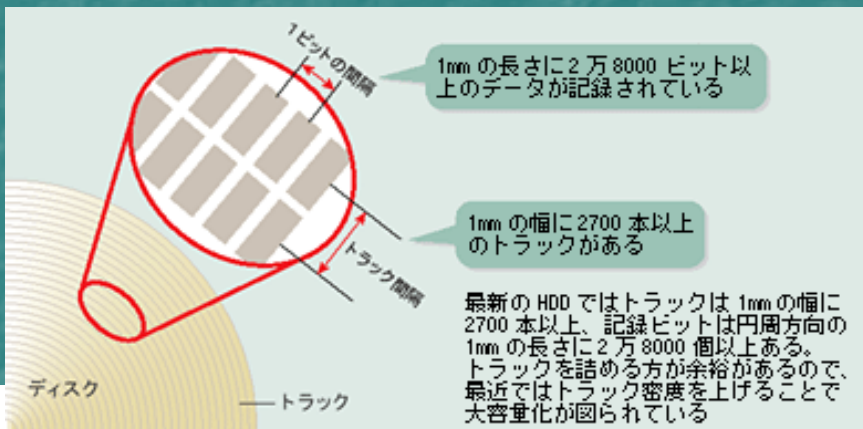
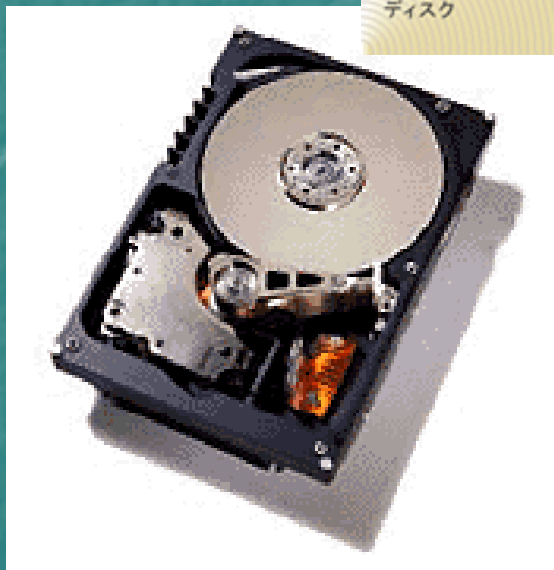


12インチ (30 cm)

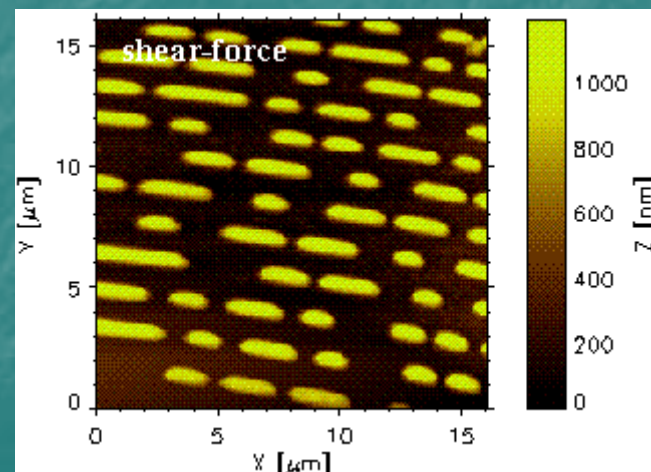


# 磁気記録媒体

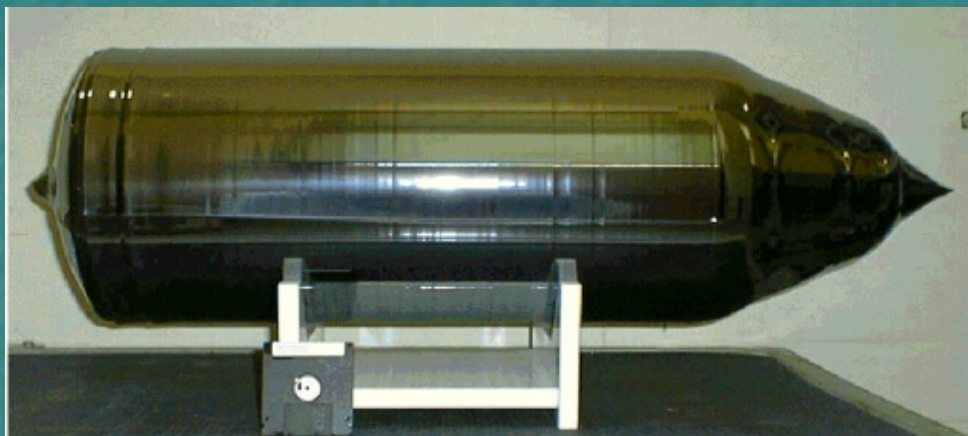
ハードディスク



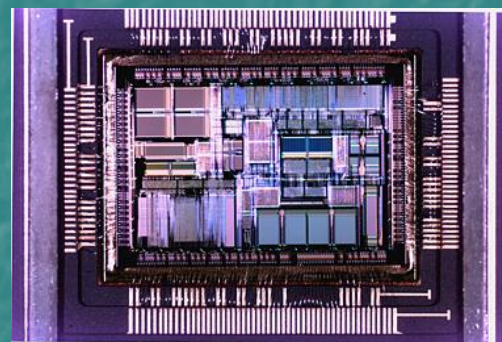
微小な磁性体の  
磁化の向きによ  
って情報を記録  
大容量HDでは  
記録単位(ビット)  
の大きさが  
 $0.1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$



# シリコン単結晶 ⇒ ウェハー ⇒ 超LSI



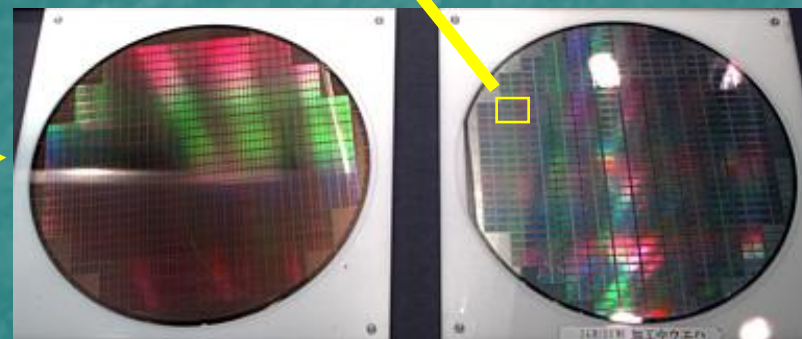
超LSI(大規模集積回路)



単結晶の切出し



ウェハー



微細加工

# 半導体超大規模集積回路(ULSI)

## ムーアの法則

半導体チップの中に作り込むことのできるトランジスタの数(集積度)が1年半ないし2年ごとに倍増するという予測

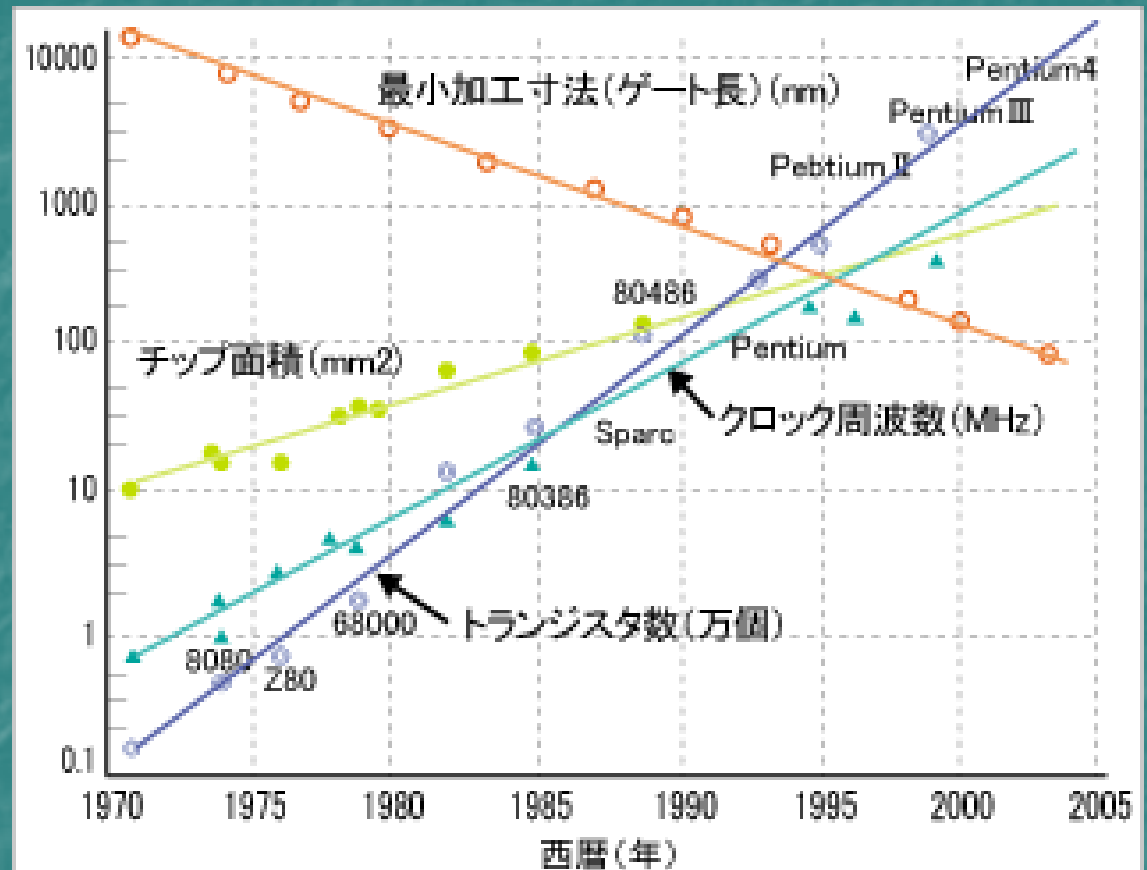


図1: LSIの進展(マイクロプロセッサ)

しかし、最近では半導体素子のスケールはサブミクロン( $1\mu\text{m}$ 以下)に達しており、微細加工技術の延長では限界があるのは明らか

# メゾスコピック系

系のサイズ  $L$

と

物理現象を特徴付ける長さ

電子のド・ブロイ波長

$\lambda$

平均自由行程

$\ell$

位相緩和長

$L_\phi$

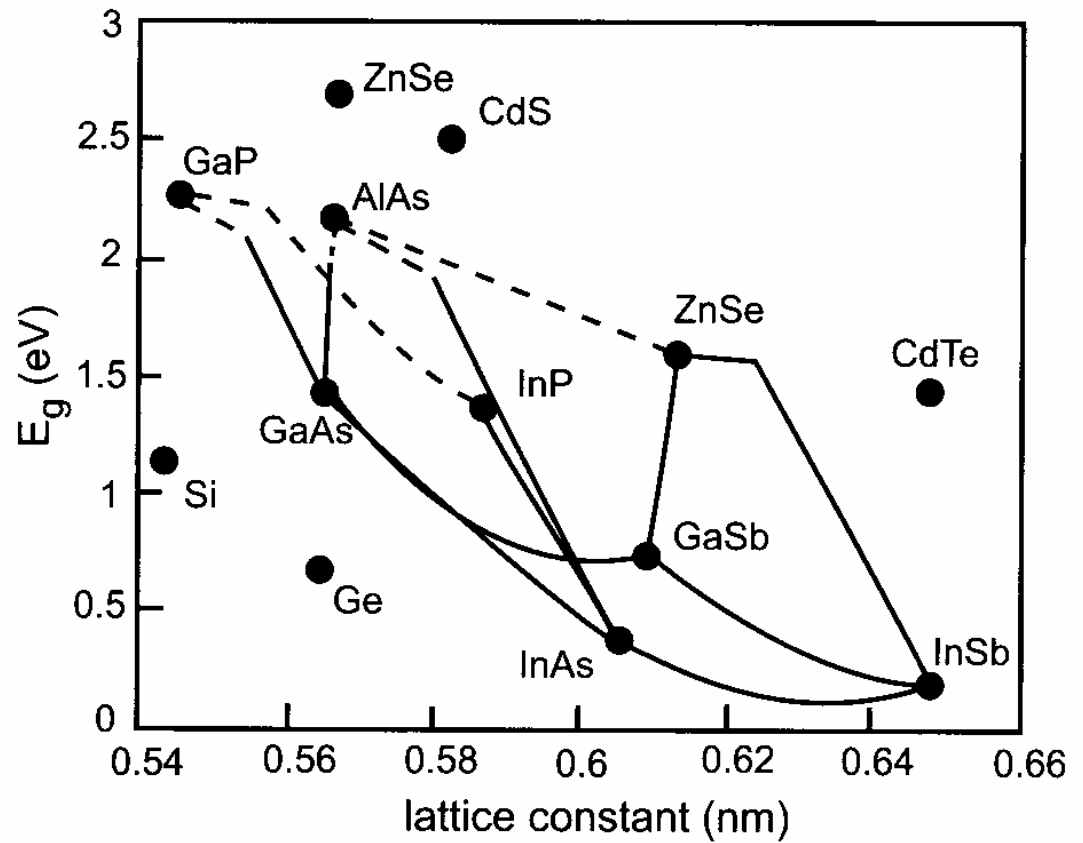
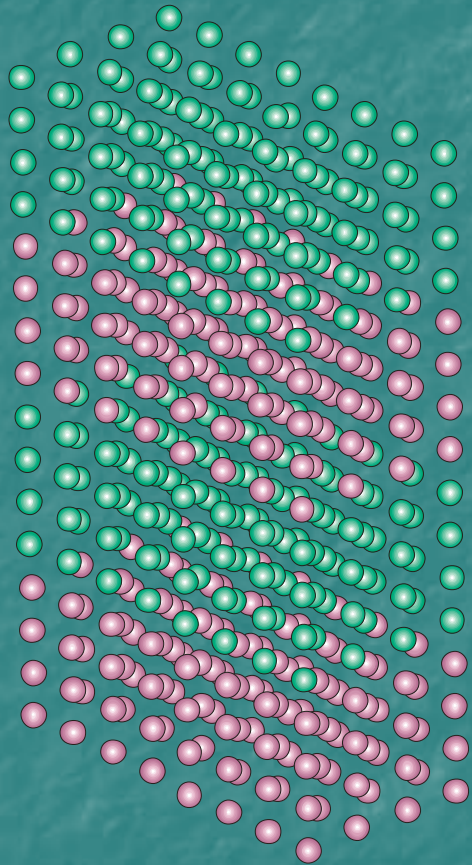
サブミクロンスケールの領域

マクロな大きさの系とは違ったふるまい  
量子力学的効果が色濃く現れる

# メゾスコピック物理・ナノサイエンス の道具立て

- 人工構造物質
- 極微細加工
- 極限環境（極低温, 強磁場など）
- 高感度・高分解・高精度測定

# 人工超格子

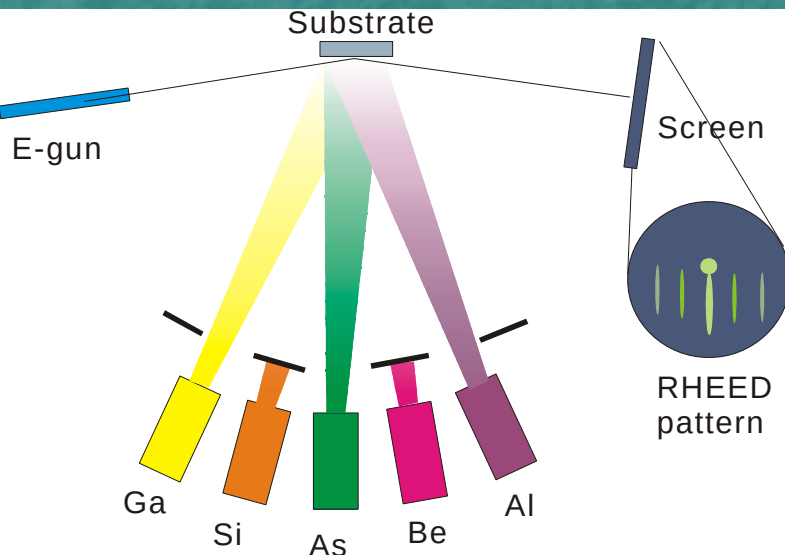


江崎玲於奈博士(1972) †

# 半導体人工超格子の作製

## 分子線エピタキシー装置

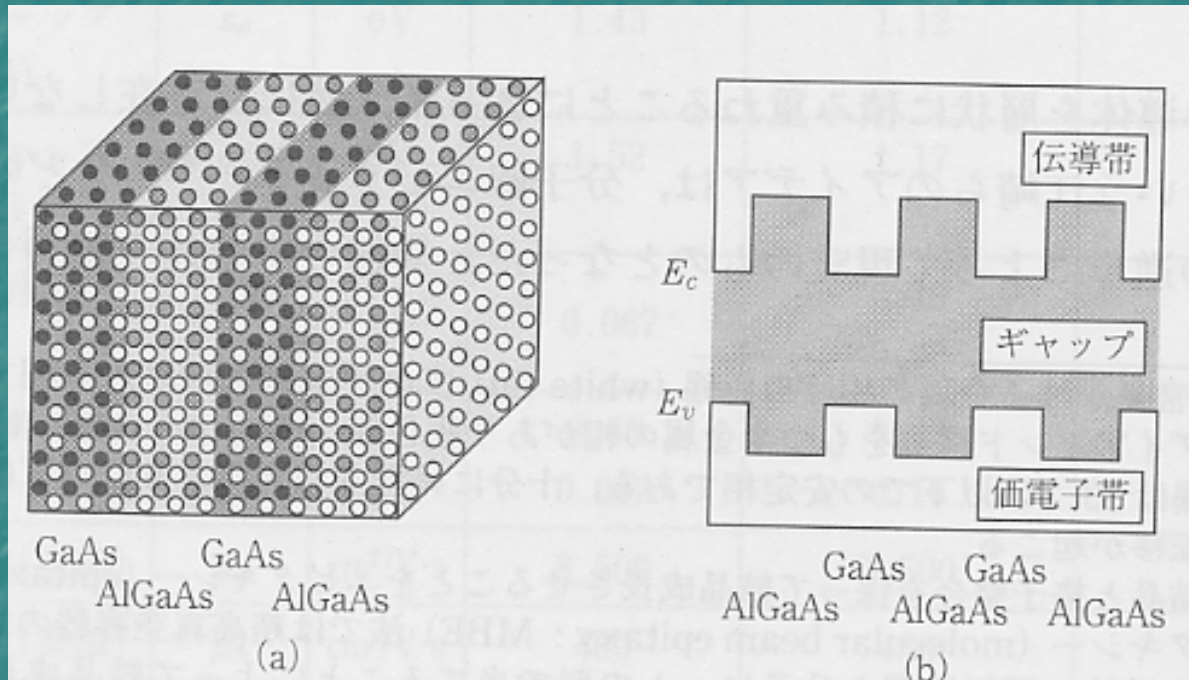
超高真空の清浄環境で  
原子を一層ずつ積み上げる



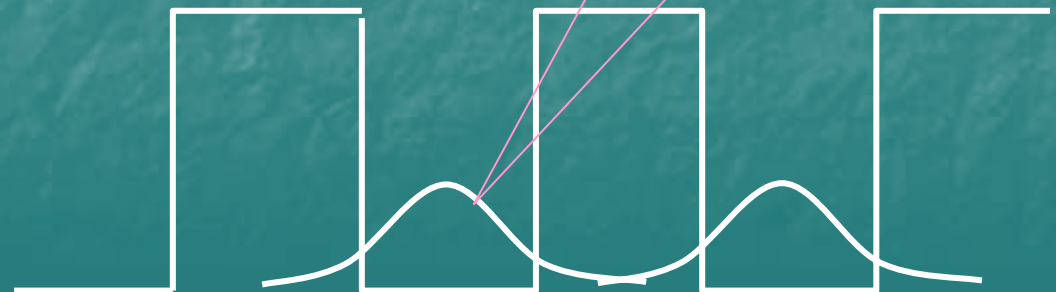
東京大学 物性研究所 家研究室

異種の原子層を積み重ねて人工超格子  
を作製することも可能

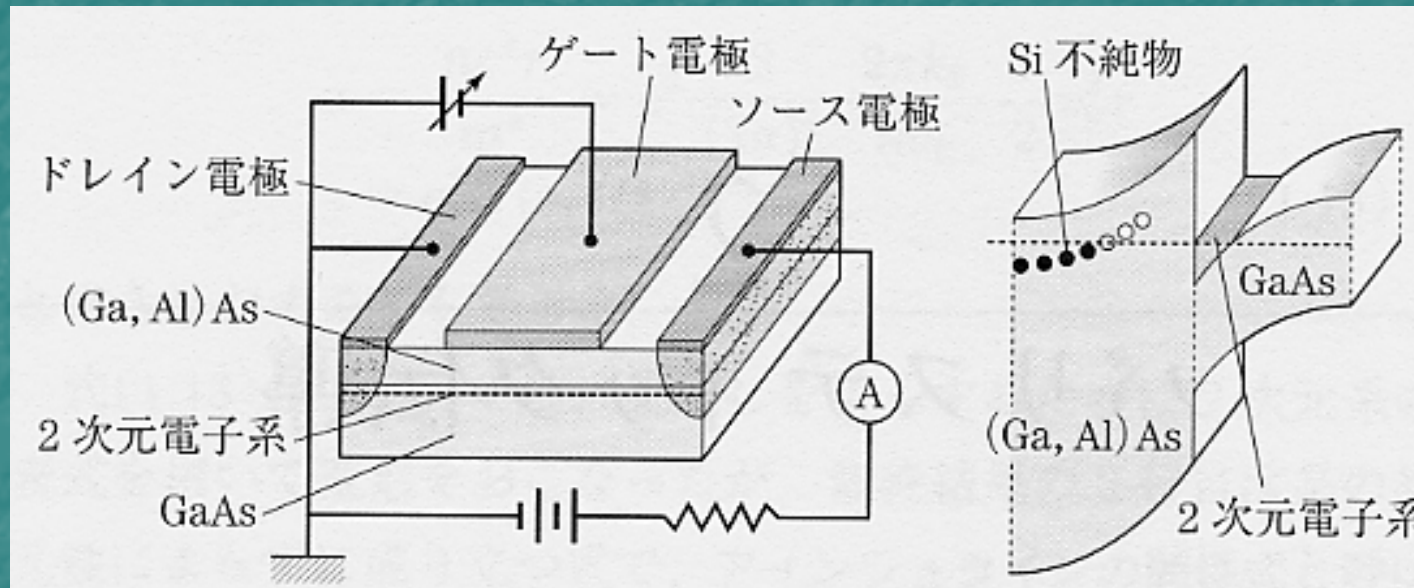
# 人工超格子ポテンシャル



GaAs/AlGaAs



# 半導体界面2次元電子系



電子は、界面に垂直な方向はポテンシャルによって閉じ込められ、界面に平行な方向には自由に動ける

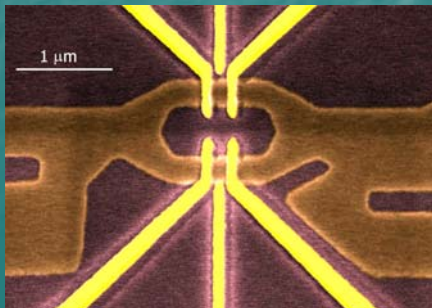
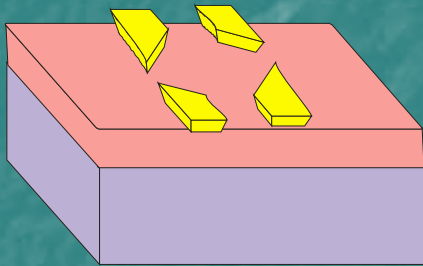
ゲート電極に加える電圧によって電子密度を変化させることができる

適当な形状のゲート電極を用いることによって、電子に対して人為的ポテンシャルを与えることができる

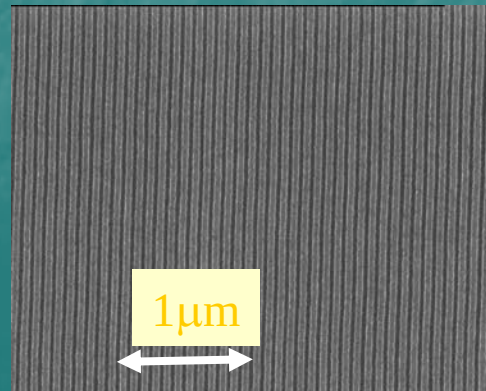
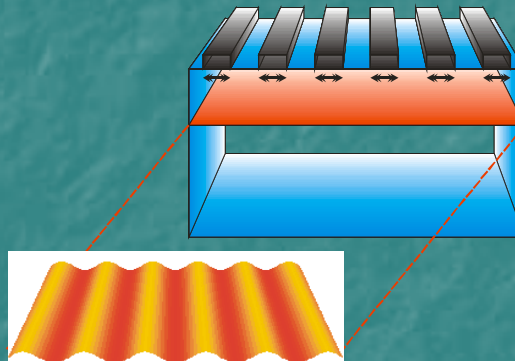
# メゾスコピック試料の例

2次元電子系試料に微細加工を施すことによって  
さまざまな人工構造を作製する

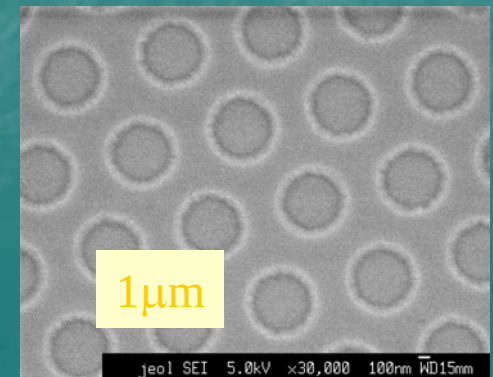
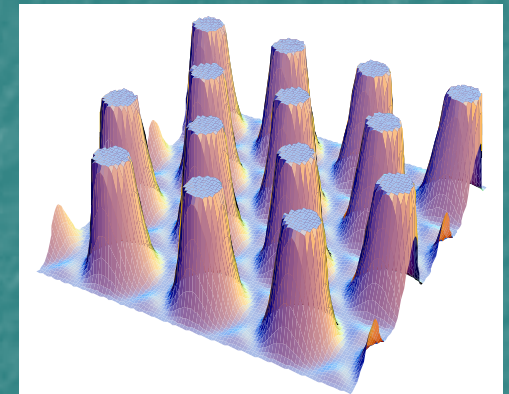
量子ポイントコンタクト  
量子ドット



1次元変調  
(洗濯板ポテンシャル)



2次元変調  
(アンチドット格子)



# クリーンルームでの作業



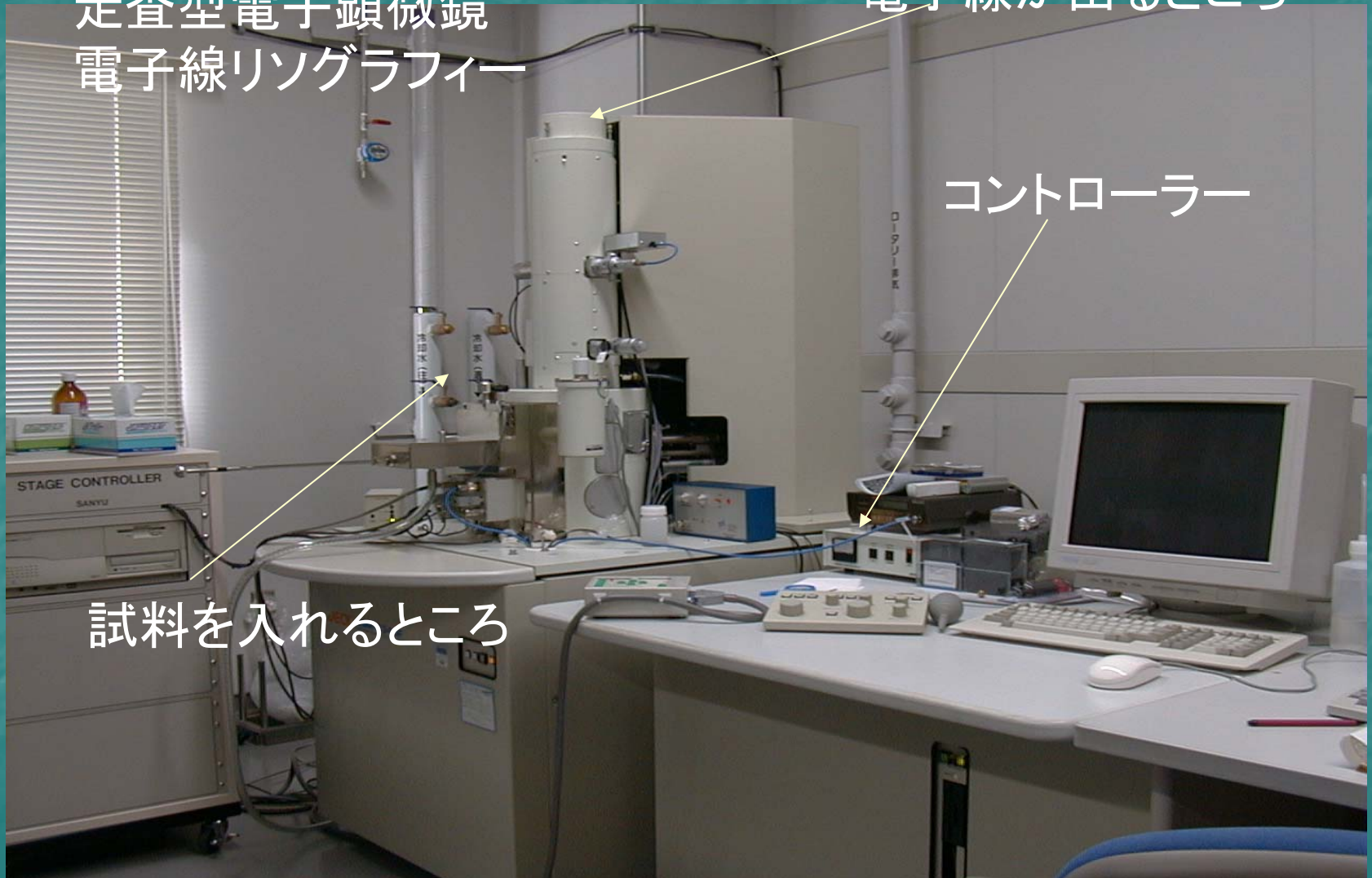
# 電子線描画装置

走査型電子顕微鏡  
電子線リソグラフィー

電子線が出るところ

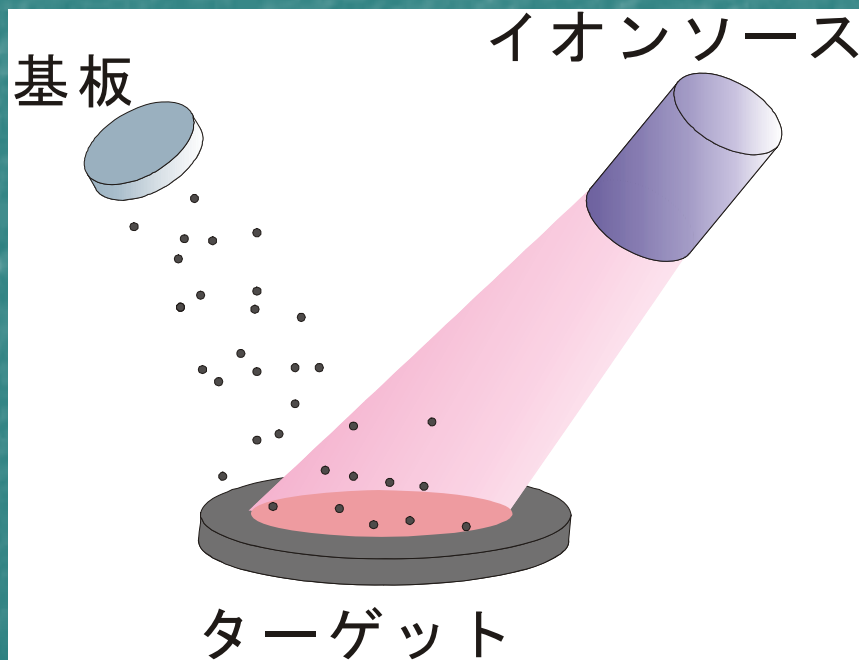
コントローラー

試料を入れるところ



# 金属の蒸着

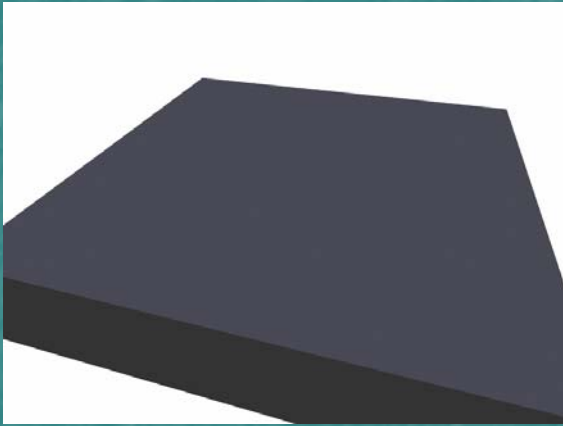
## イオンビーム・スパッターリング装置



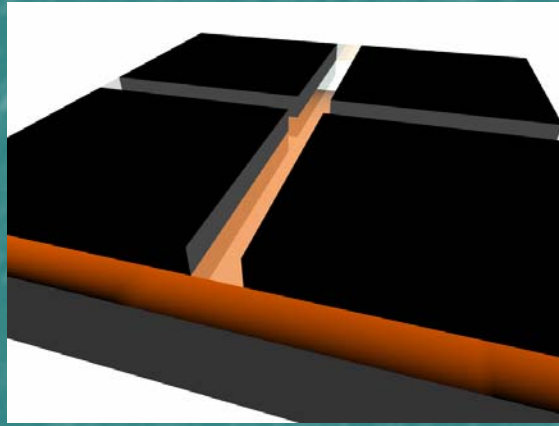
東京大学 物性研究所 家研究室

# 微細パターンの形成

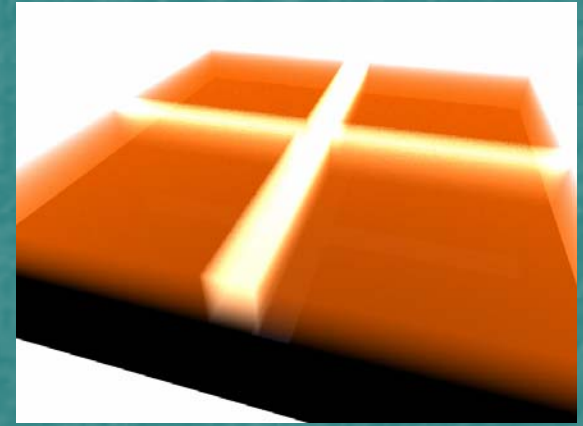
① 基板洗浄



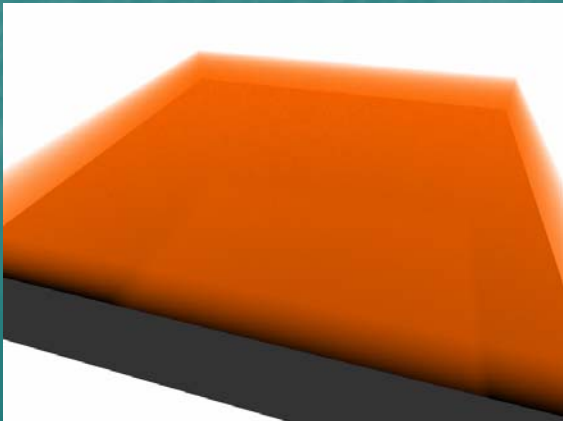
③ マスク合わせ



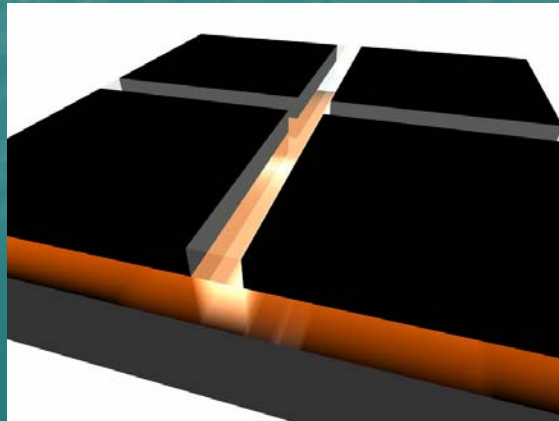
⑤ 露光後



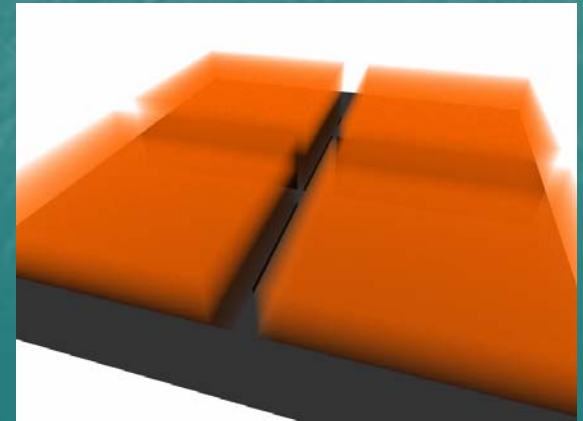
② レジスト塗布



④ 露光

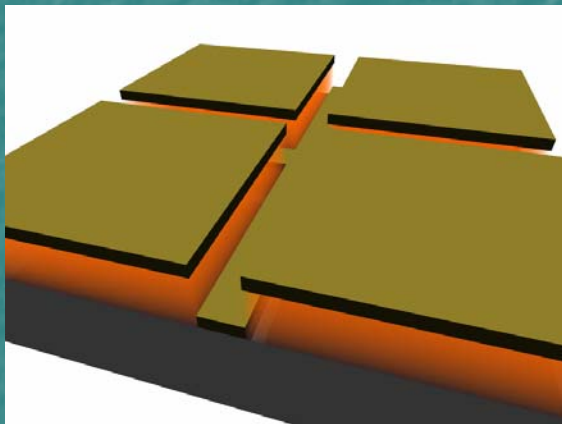


⑥ 現像

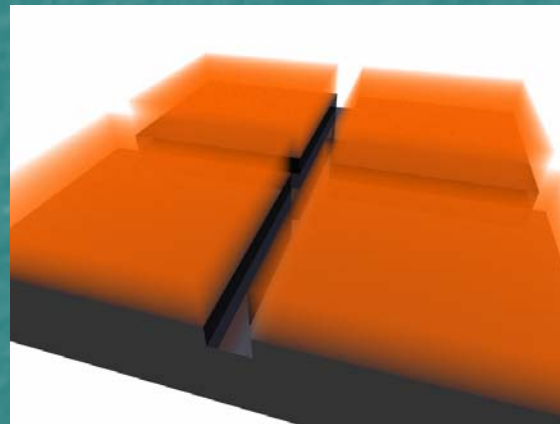


# 蒸着・リフトオフ

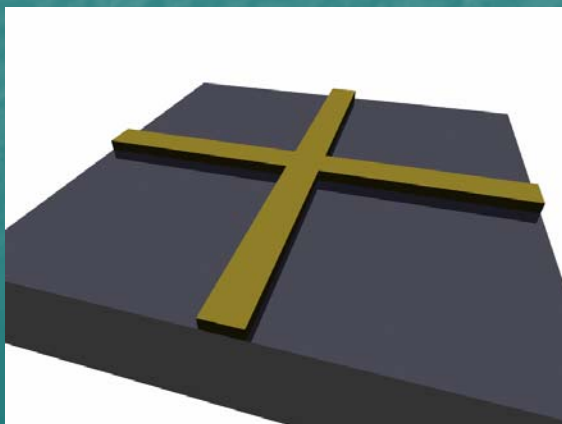
蒸着



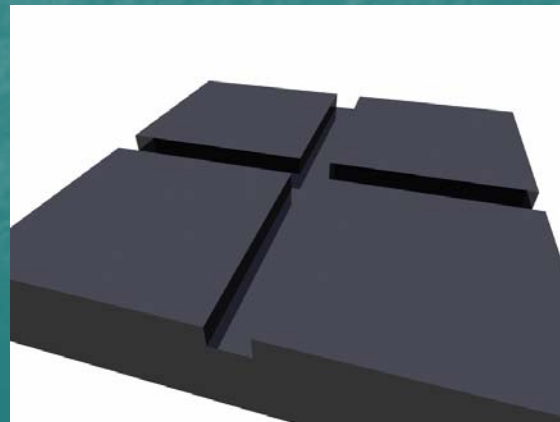
エッチング



リフトオフ



レジスト除去



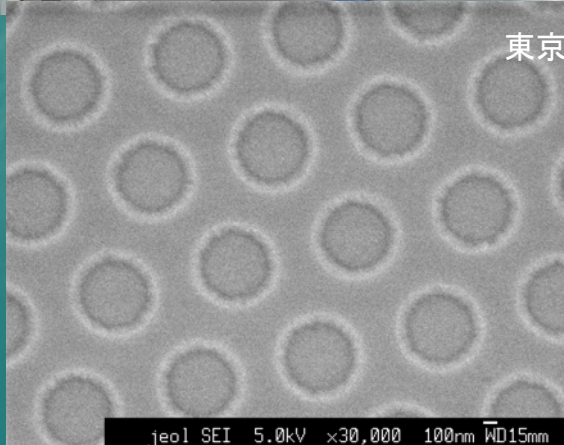
# 極微細加工による量子構造の作製

電子線描画装置

電子線描画による微細加工で  
作成した量子ドット構造



東京大学 物性研究所 家研究室



半導体2次元電子系の  
アンチドット格子  
人工超周期構造

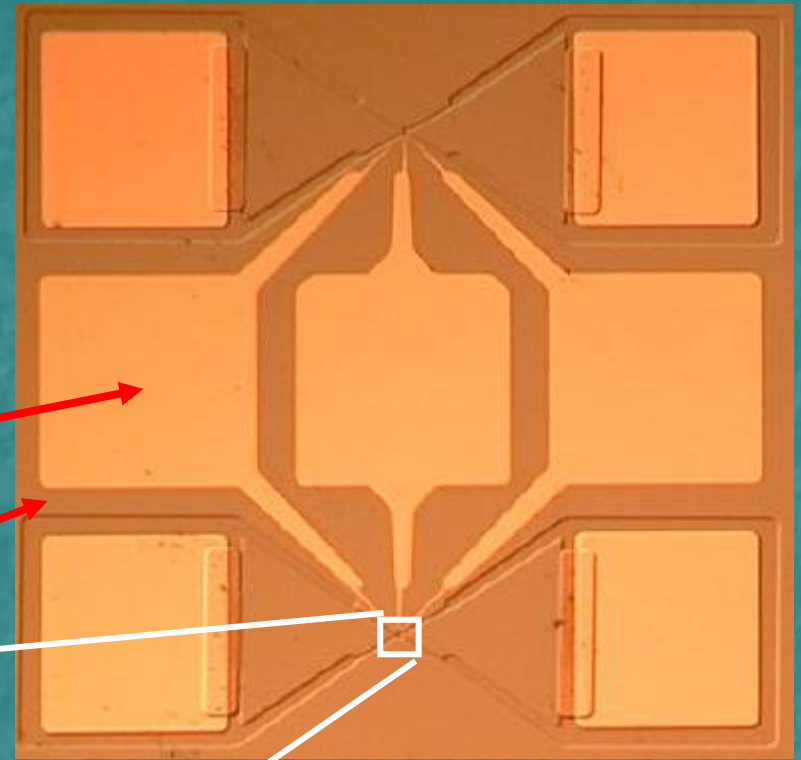


# 微細構造試料

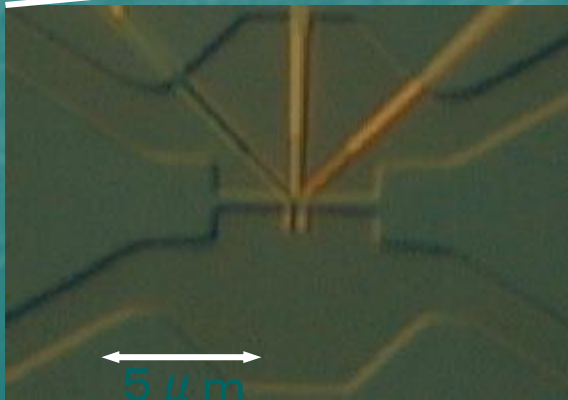
光学顕微鏡で見た微細構造試料の一例. 量子ドットが上下に一つずつ形成されている.

金を蒸着した電極部

エッチングした部分

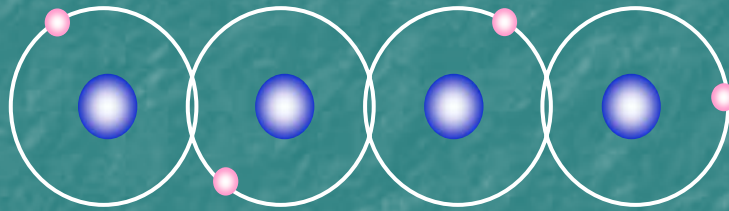


1.2 mm

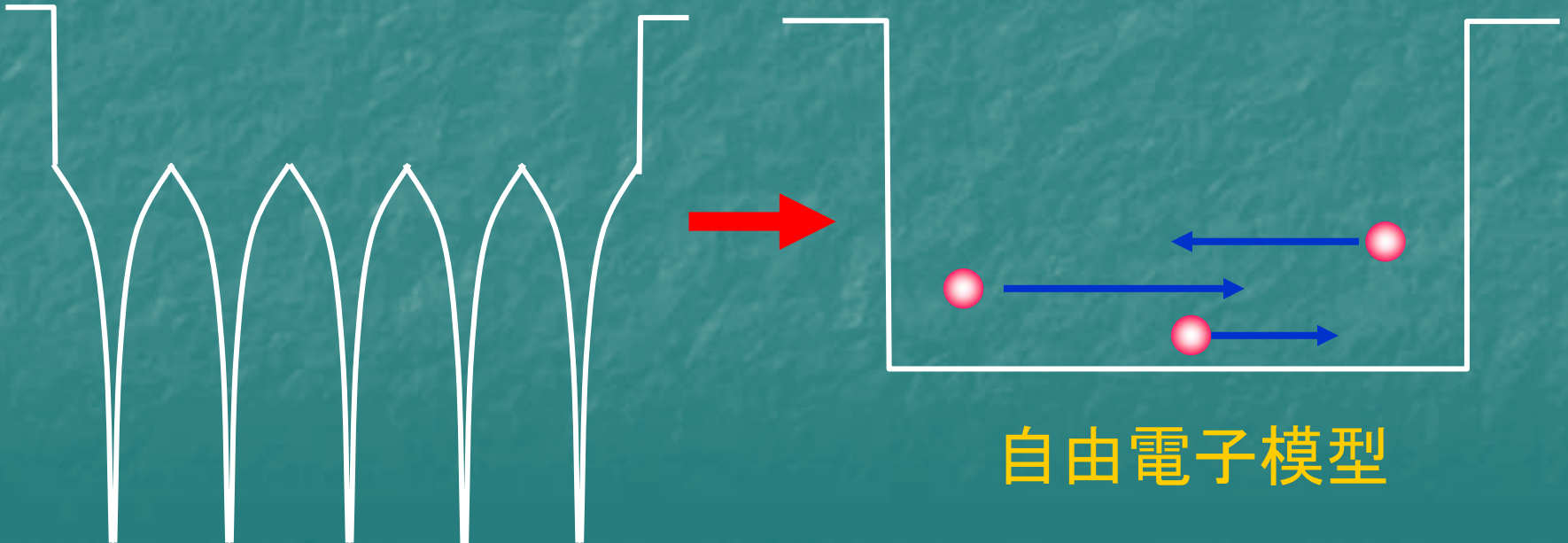


# 量子伝導現象

# 金属の中の伝導電子

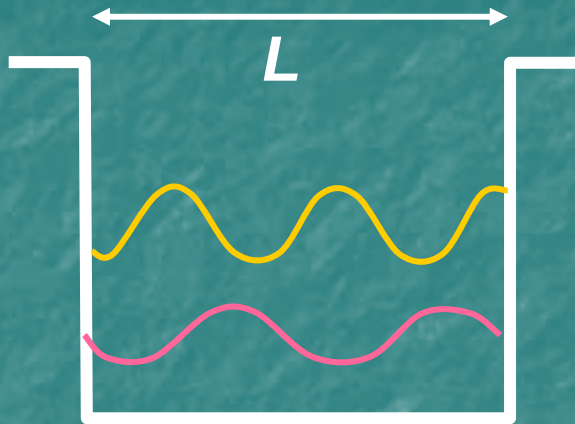


金属中には結晶全体を動き回ることのできる電子(伝導電子)が存在する



自由電子模型

# 箱の中の量子力学



$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{L^3}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m}$$

波数空間の許される状態

$$k_x = \frac{2\pi}{L} n_x \quad (n_x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

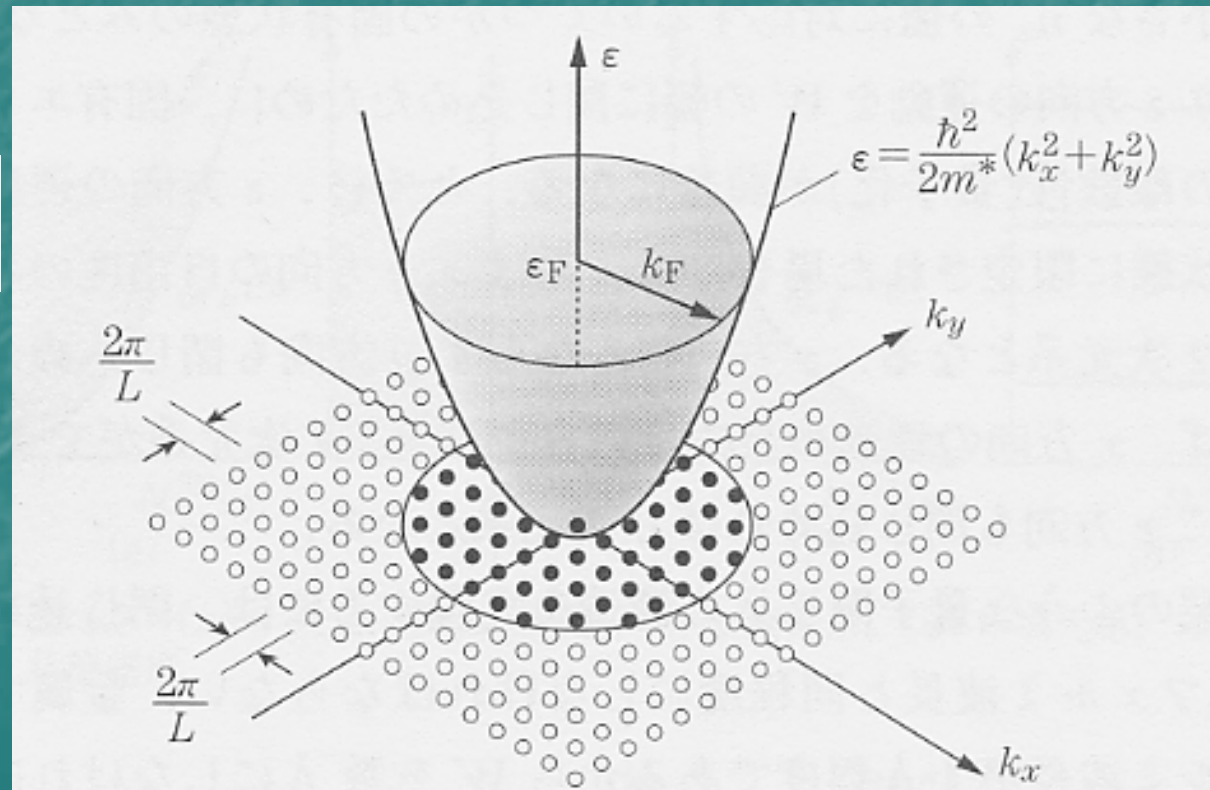
許される電子の波数

エネルギーの低いほう  
から電子を詰めてゆく

⇒ フェルミ準位

$\varepsilon_F$

フェルミ面(球)



# 電気伝導

電流  $\mathbf{J} = ne\langle\mathbf{v}\rangle$

(半古典的)運動方程式

$$m \frac{d\langle\mathbf{v}\rangle}{dt} = e\mathbf{E} - m \frac{\langle\mathbf{v}\rangle}{\tau}$$

電場による加速

散乱による「摩擦」項

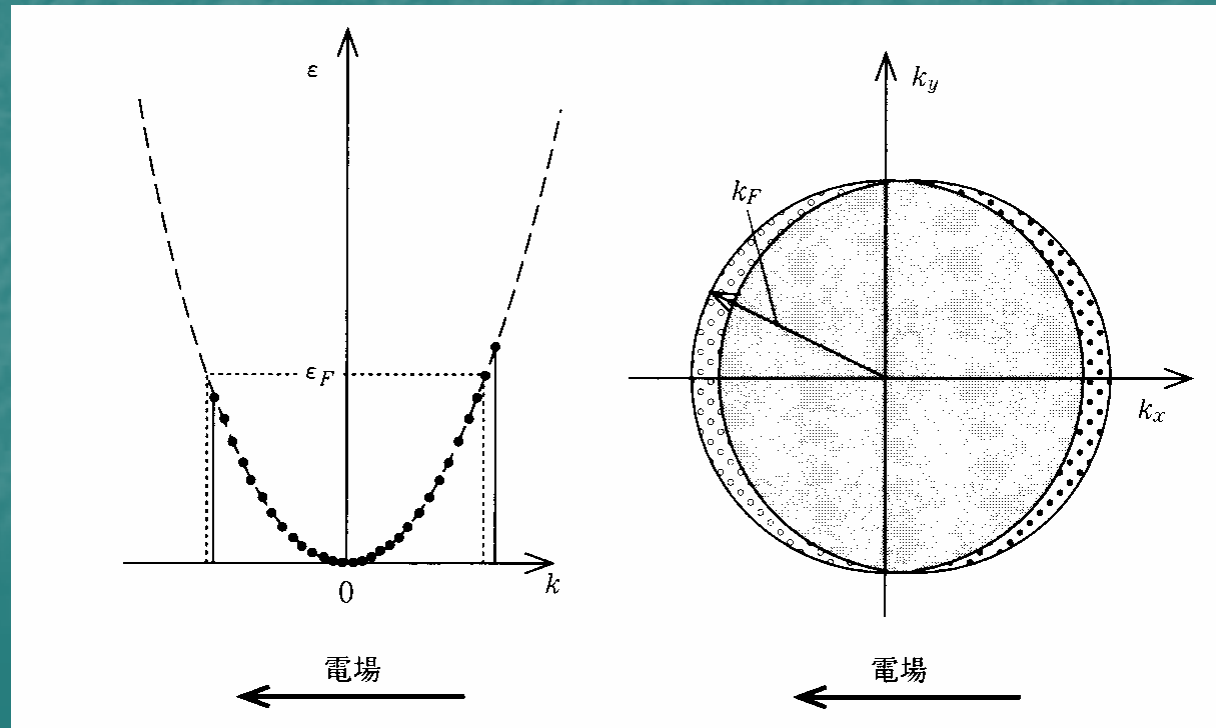
$$\langle\mathbf{v}\rangle = \frac{e\tau}{m} \mathbf{E} = \mu \mathbf{E}$$

電子移動度

$$\mathbf{J} = \frac{ne^2\tau}{m} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

ドゥルーデの式



# 電子の速度

断面積  $1\text{ mm}^2$  の導線に1アンペアの電流を流す

$$\mathbf{J} = ne\langle \mathbf{v} \rangle = 10^6 \text{ A/m}^2$$

金属の伝導電子密度  $n = 10^{29} \text{ m}^{-3}$

$$\begin{aligned}\langle v \rangle &= \frac{J}{ne} \\ &= \frac{10^6 \text{ A m}^{-2}}{10^{29} \text{ m}^{-3} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \\ &\approx 6 \times 10^{-5} \text{ m/s} \\ &= 0.06 \text{ mm/s}\end{aligned}$$

カタツムリのような速度??  
これは平均の速度

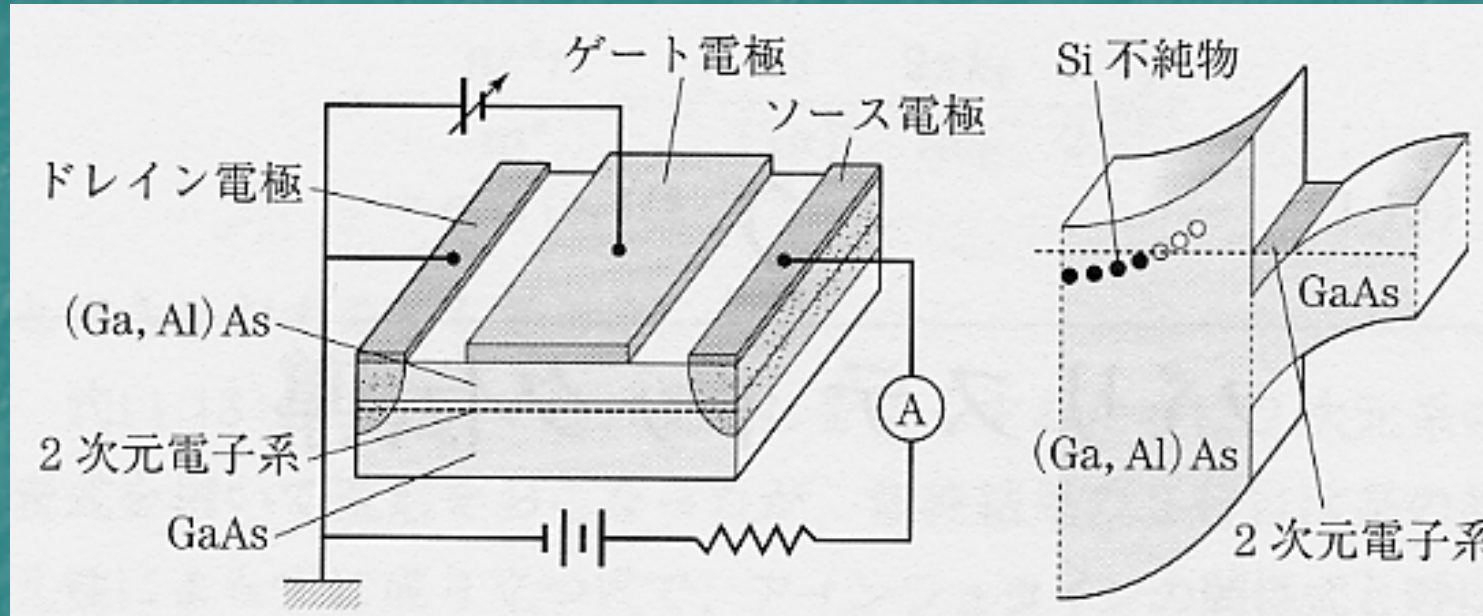
$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m}, \quad \mathbf{v}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{k}}$$

フェルミ準位の電子の速度  
通常の金属では  $v_F \approx 10^6 \text{ m/s}$   
(光速の数100分の1)

電場がかかっていないときは正負の方向に走る電子が相殺して正味の電流はゼロである。

そのバランスがわずかに崩れると相当大きな電流が流れる

# 半導体界面2次元電子系



電子密度

$$n = 10^{13} \sim 10^{16} \text{ m}^{-2}$$

HEMT(高電子移動度トランジスタ)

# 高移動度

電子移動度

$$\mu > 1000 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

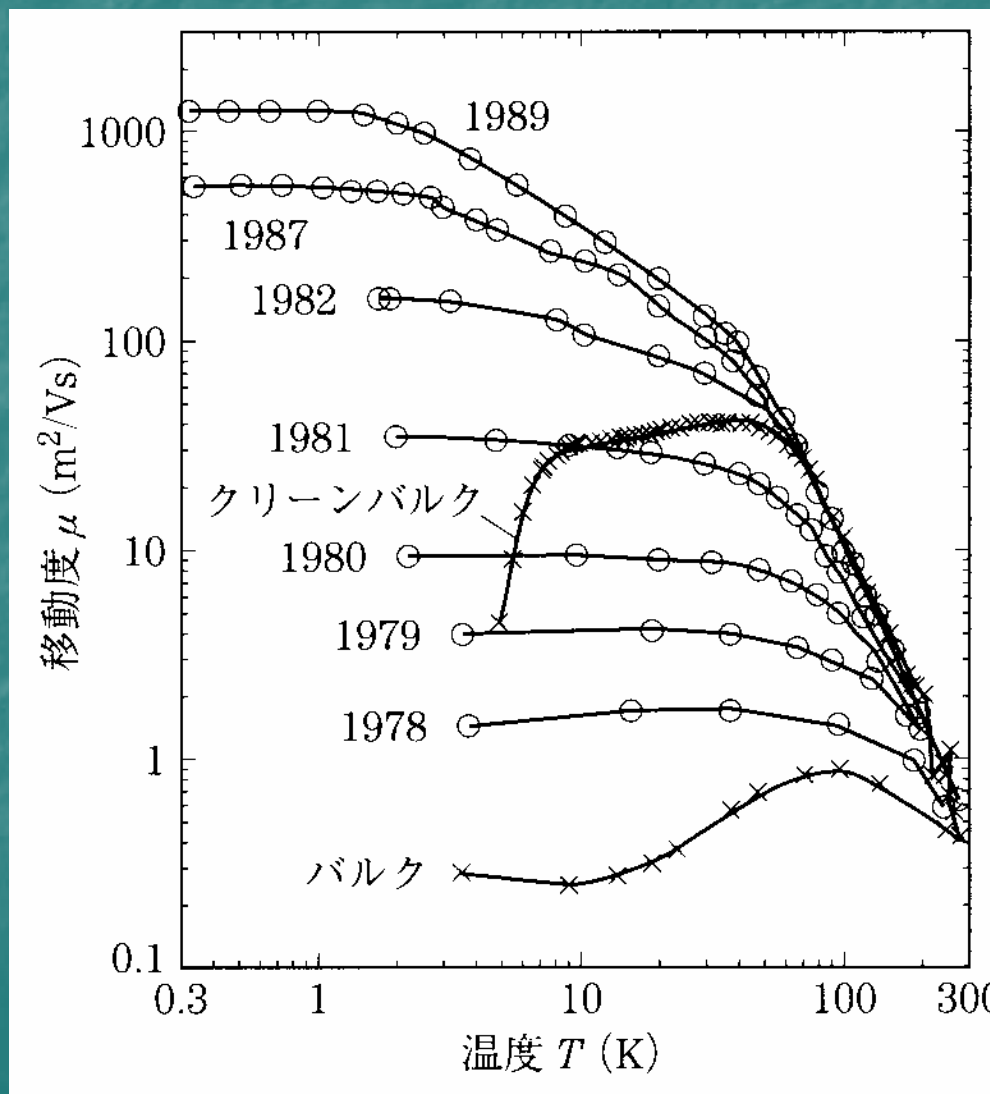
平均自由行程

$$\ell > 100 \mu\text{m}$$

微細加工によってこれよりも小さなスケールの試料を作ることには難しくない

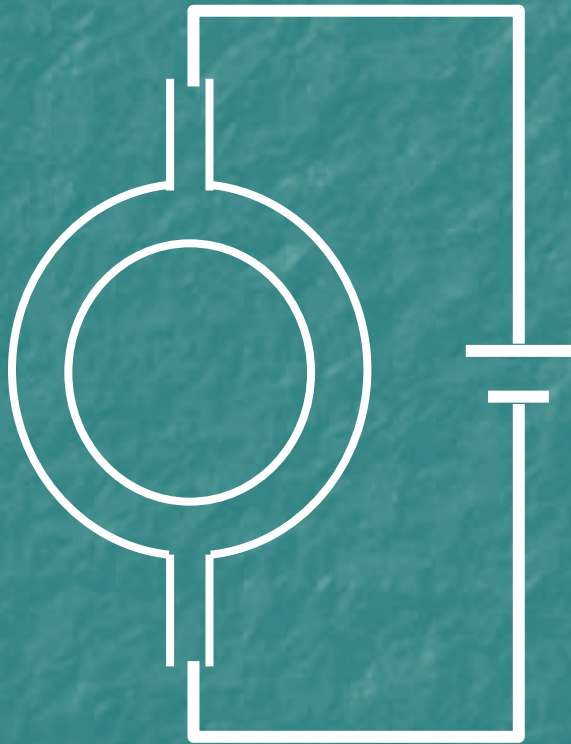
バリスティック伝導

$$\ell > L \quad (L: \text{試料サイズ})$$



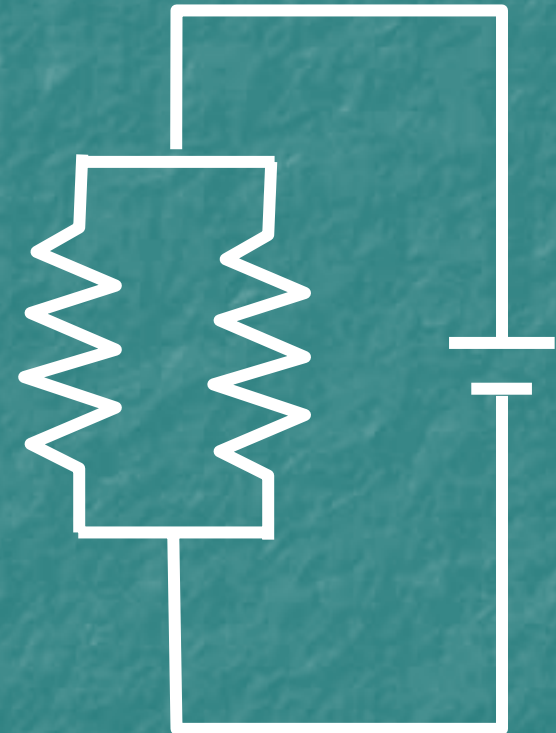
# メゾスコピック回路

メゾスコピックリング



$$G \neq G_R + G_L$$

古典並列回路



$$G = G_R + G_L$$



# 量子抵抗

物理定数から電気抵抗の次元をもつ量を作る

$e$  電荷  $e$  = 電流  $\times$  時間

$\frac{h}{e}$  磁束  $\phi$  = 電圧  $\times$  時間

$\frac{h}{e^2}$  磁束/電荷 = 電圧/電流 = 電気抵抗

$$\frac{h}{e^2} = 25.813 \text{ k}\Omega$$

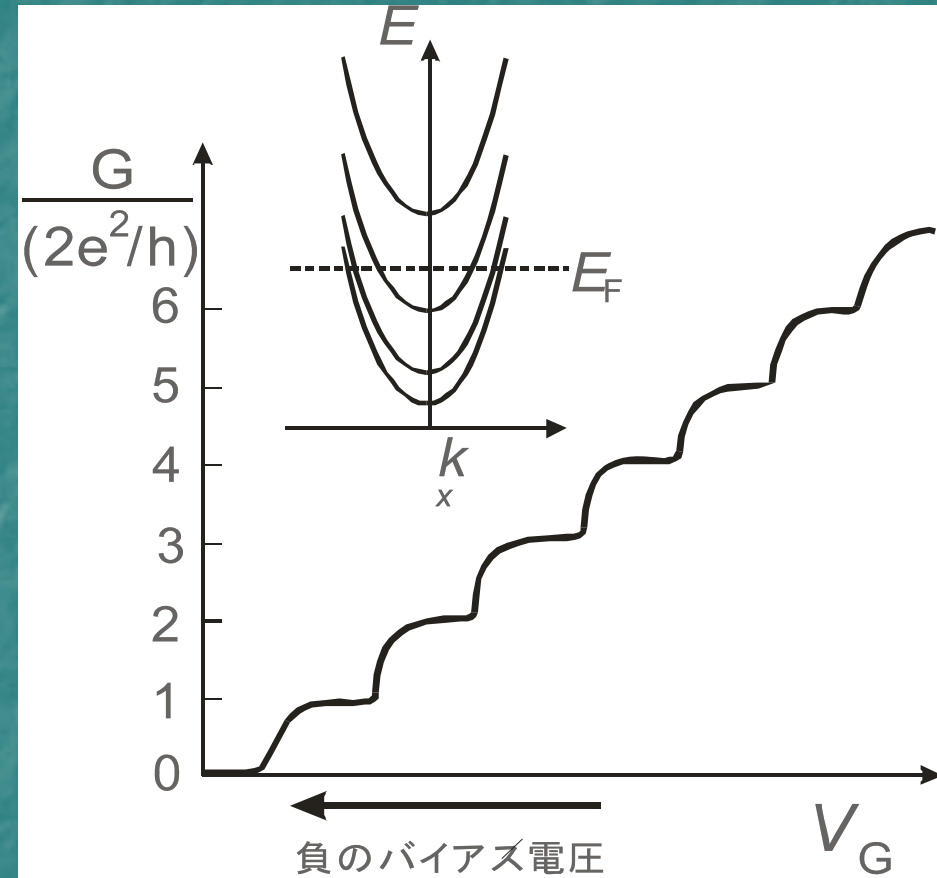
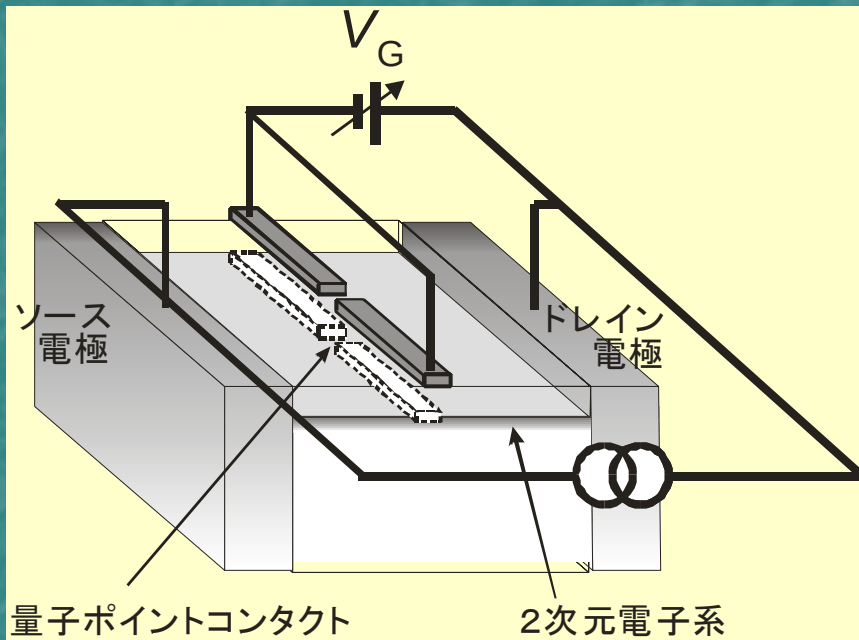
量子抵抗

$$\frac{e^2}{h} = \frac{1}{25,813 \text{ k}\Omega} = 38.7 \mu\text{S}$$

量子コンダクタンス

# コンダクタンスの量子化

## 量子ポイントコンタクト

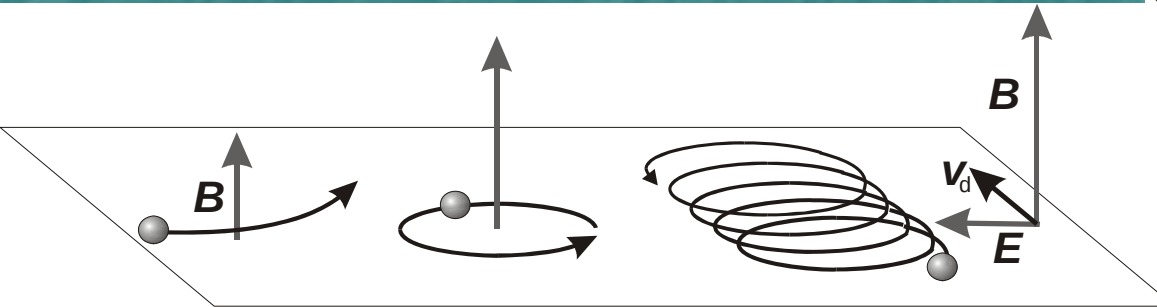


$$\frac{e^2}{h} = \frac{1}{25.813 \text{ k}\Omega}$$

$$G = \frac{1}{R} = N \frac{2e^2}{h}$$

# ホール効果

## 静電磁場中の電子の運動

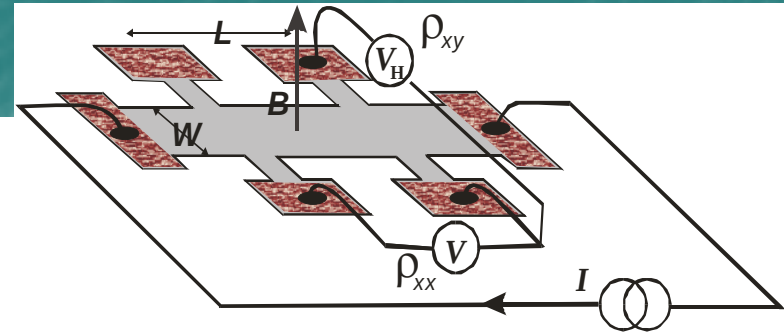


$$\hbar \frac{d\mathbf{k}}{dt} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_k \times \mathbf{B}) \quad \mathbf{v}_k = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \mathbf{k}}$$

ローレンツ力

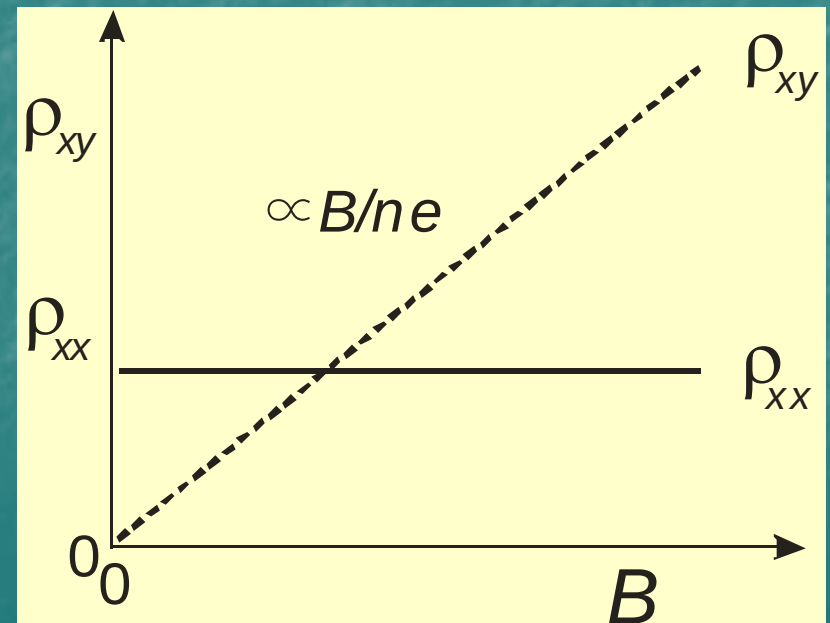
$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \Rightarrow \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J} \Rightarrow \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix}$$



$$\rho_{xy}(B) = \frac{B}{ne}$$

$$\rho_{xx}(B) = \rho$$

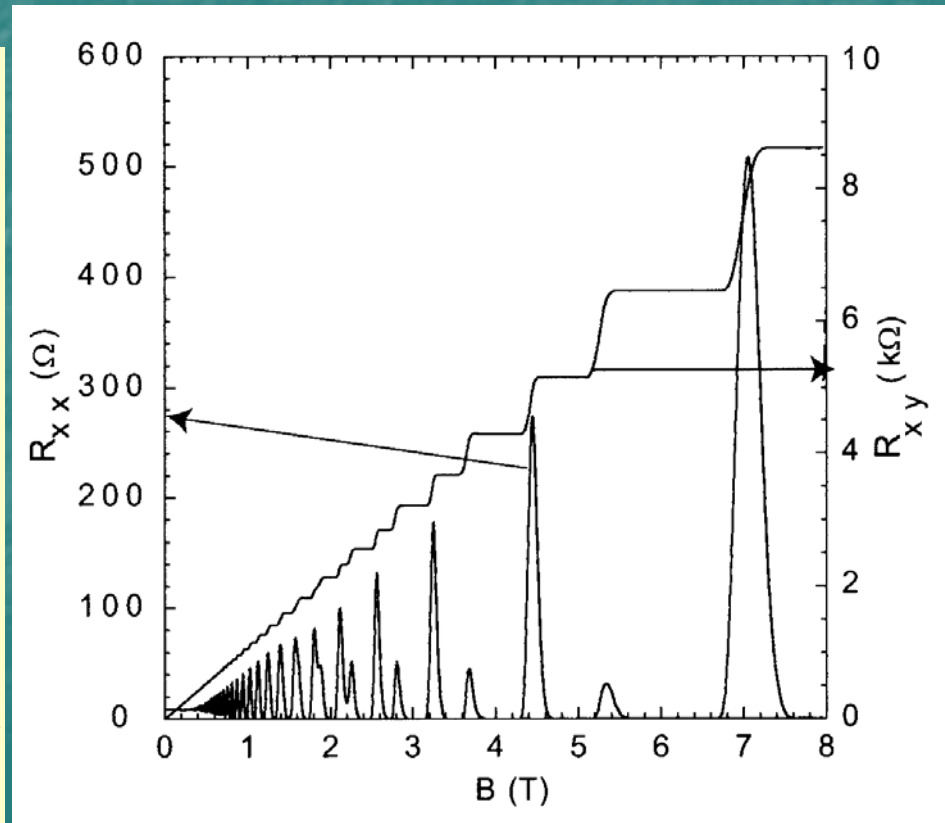
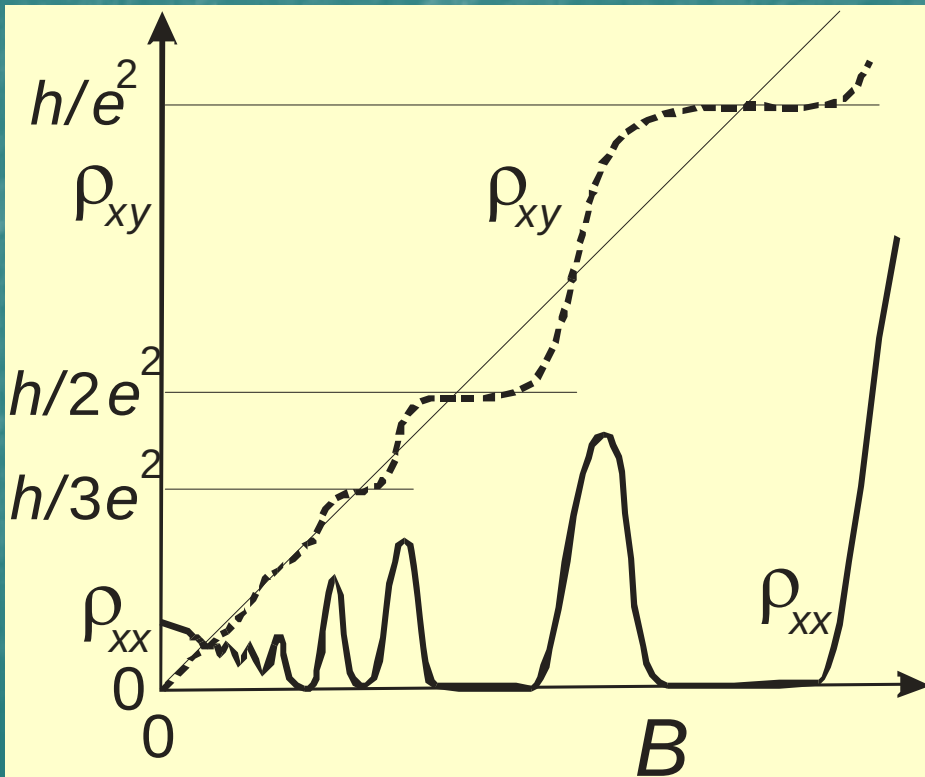


# 量子ホール効果

$$\rho_{xx} = 0$$
$$\rho_{xy} = \frac{1}{N} \frac{h}{e^2}$$

$$\frac{h}{e^2} = 25.813 \text{ k}\Omega$$

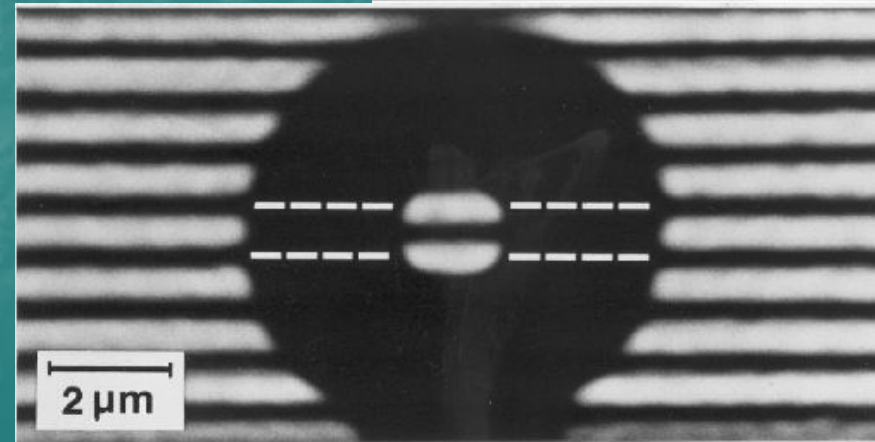
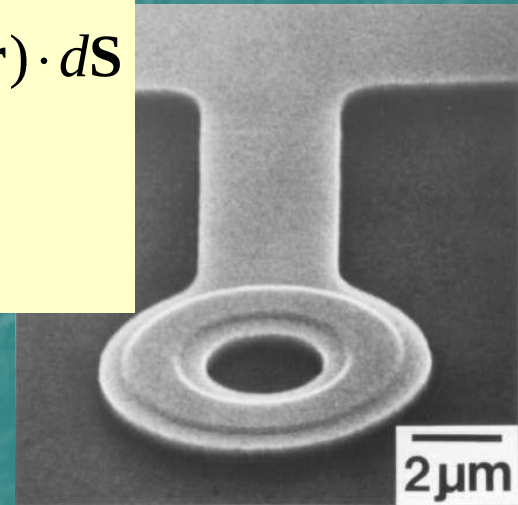
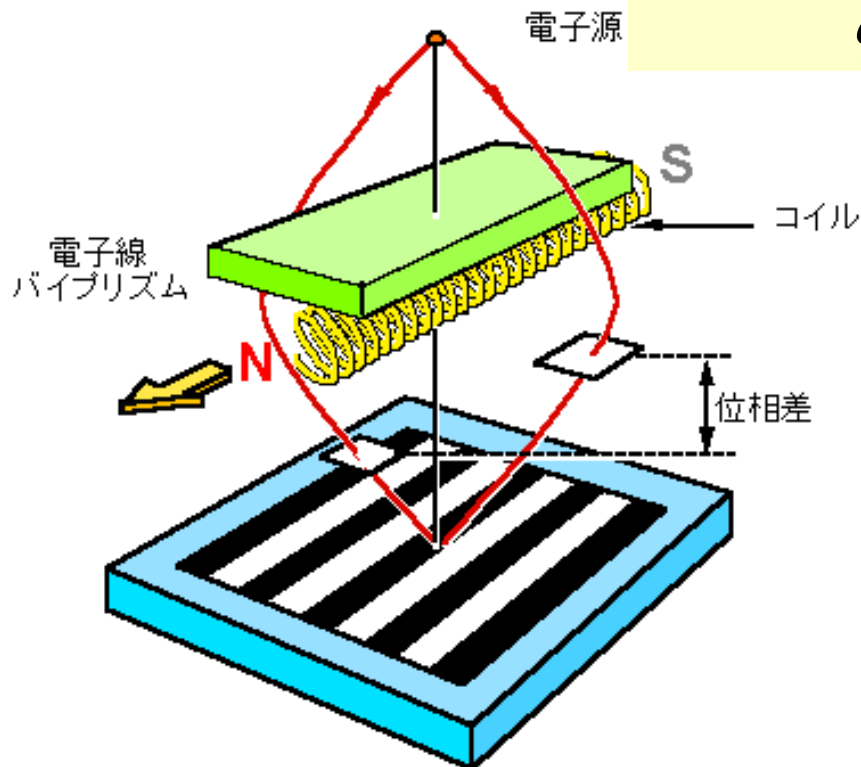
8桁以上の精度で $h/e^2$ に一致  
⇒ 抵抗の国際標準



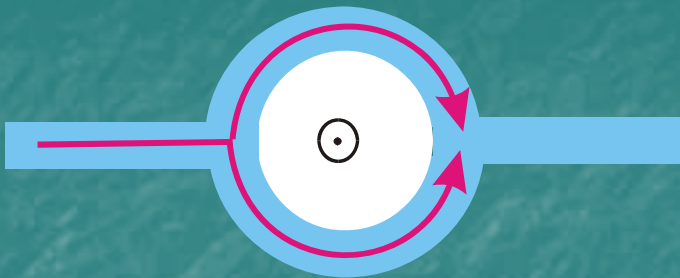
# アハロノフ・ボーム (AB) 効果

磁場(ベクトルポテンシャル)によって電子の位相が変化する

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \frac{\hbar}{e} \int_L \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} - \frac{\hbar}{e} \int_R \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \\ &= \frac{\hbar}{e} \oint_{\text{loop}} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{\hbar}{e} \int \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} \\ &= 2\pi \frac{\phi}{\phi_0} \quad \phi_0 = \frac{h}{e}\end{aligned}$$



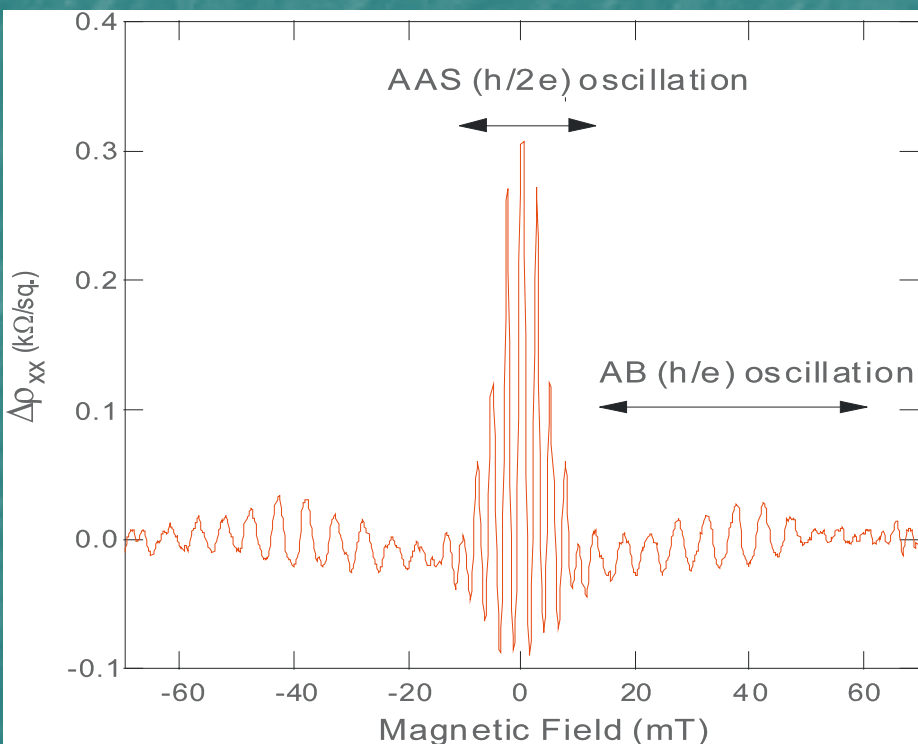
# アハロノフ・ボーム (AB) 振動



$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \frac{\hbar}{e} \int_L \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} - \frac{\hbar}{e} \int_R \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \\ &= \frac{\hbar}{e} \oint_{\text{loop}} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{\hbar}{e} \int \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} \\ &= 2\pi \frac{\phi}{\phi_0} \quad \phi_0 = \frac{h}{e} \quad \text{磁束量子}\end{aligned}$$

$$\phi_0 = \frac{e}{h} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ Wb}$$

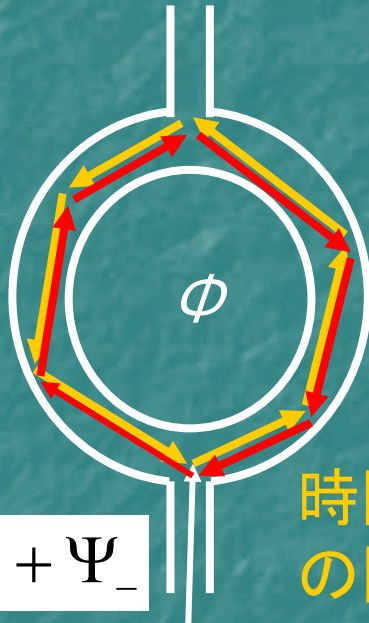
リングの両側の経路を通って  
きた電子波の干渉効果  
電気抵抗はリングを貫く磁  
束  $\phi$  に対して周期的に振  
動する



$h/e$  振動 と  $h/2e$  振動

# 量子干渉としての電子局在

$h/2e$  振動



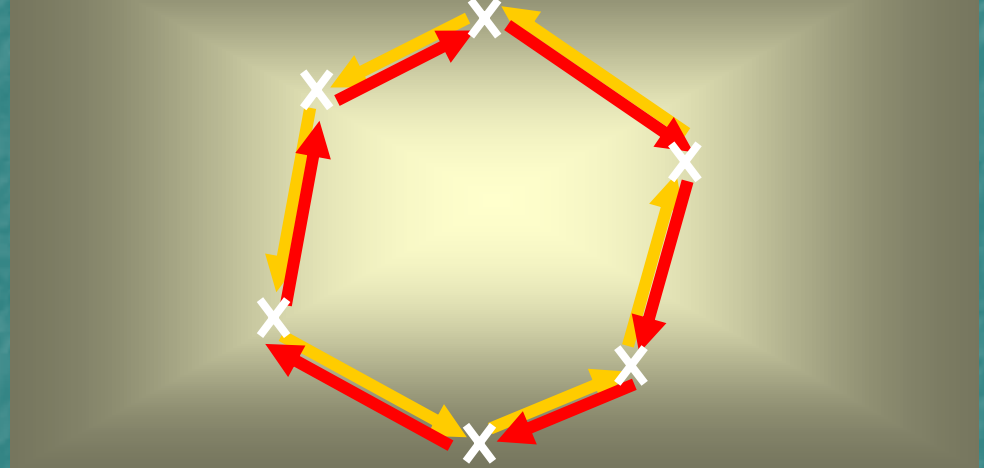
$$\Psi = \Psi_+ + \Psi_-$$

$$\begin{aligned} |\Psi|^2 &= |\Psi_+ + \Psi_-|^2 \\ &= |\Psi_+|^2 + |\Psi_-|^2 + \underbrace{\Psi_+ \Psi_-^* + \Psi_- \Psi_+^*}_{\text{量子干渉項}} \end{aligned}$$

時間反転対称  
の関係にあるペア

量子干渉項

リングでなくても



$$\sigma_{2D} = \frac{ne^2\tau}{m} - \frac{P}{\pi} \frac{e^2}{h} \ln \frac{T}{T_0}$$

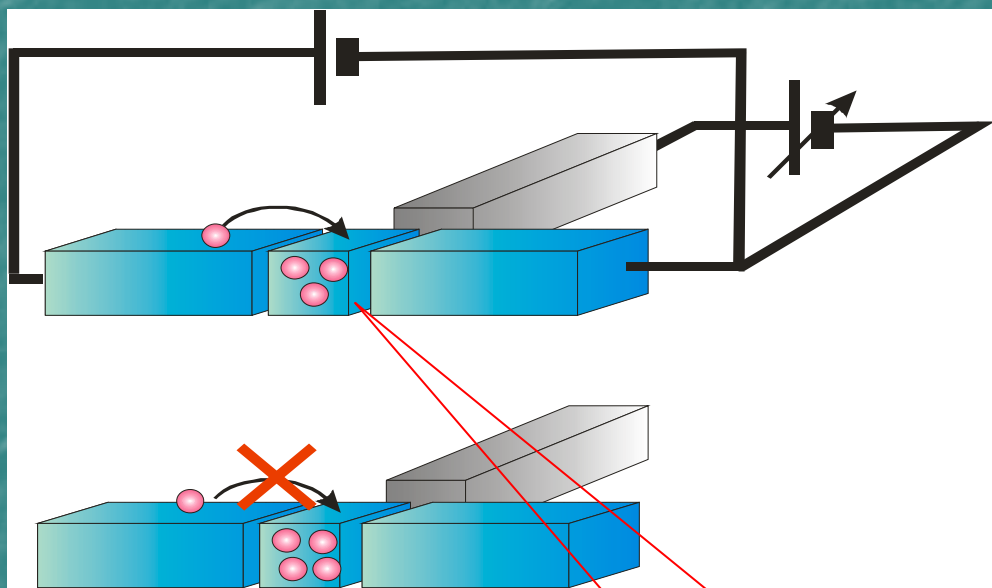
古典伝導度

量子補正

コンダクタンスゆらぎ  $\sim e^2/h$

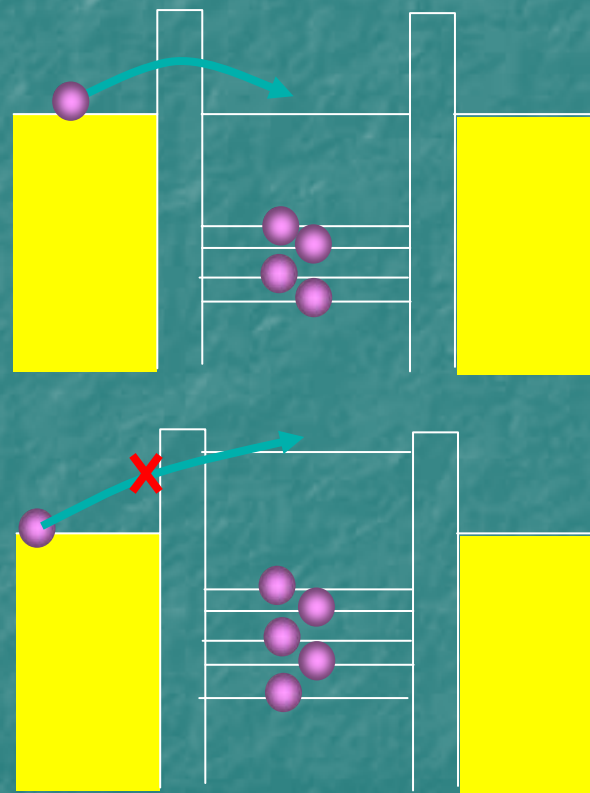
# 単電子トンネル効果

## 微小トンネル接合



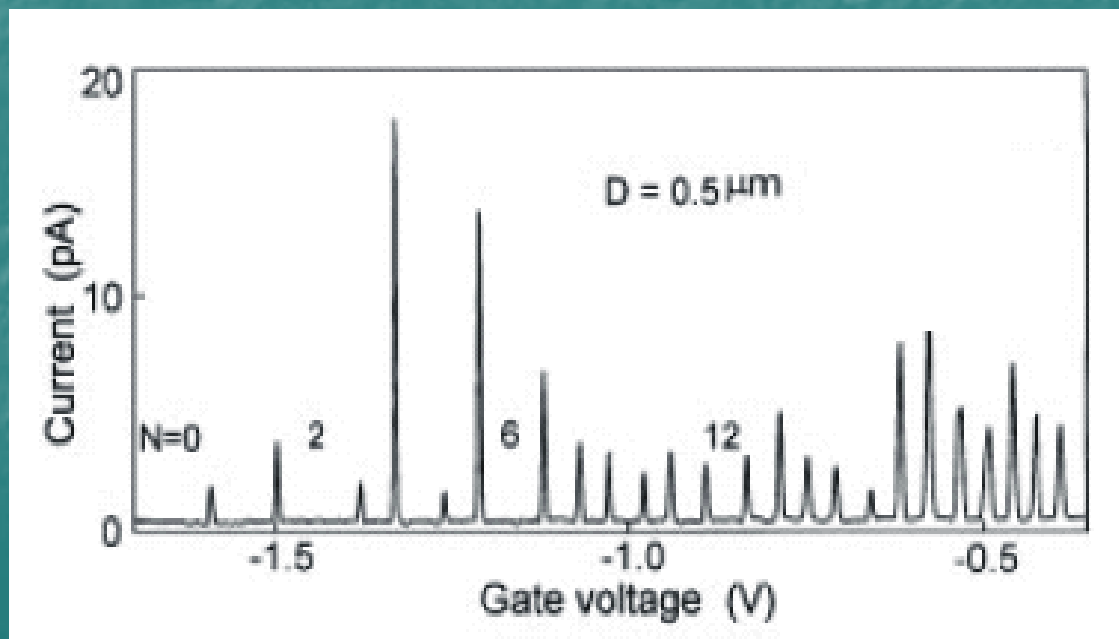
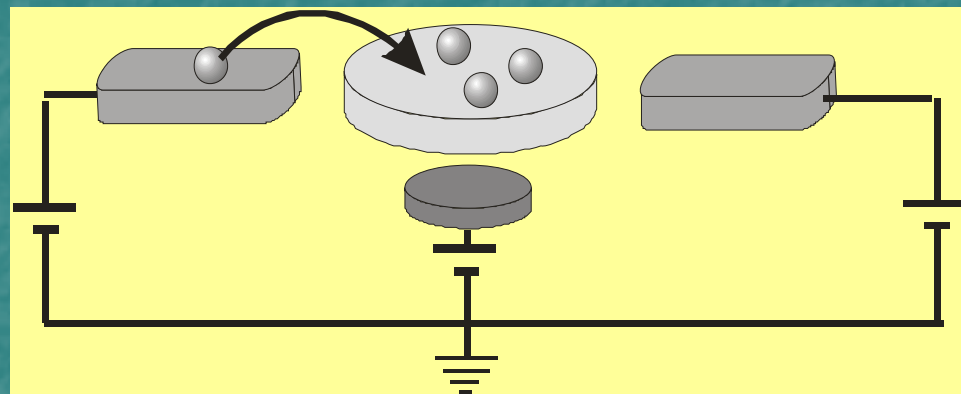
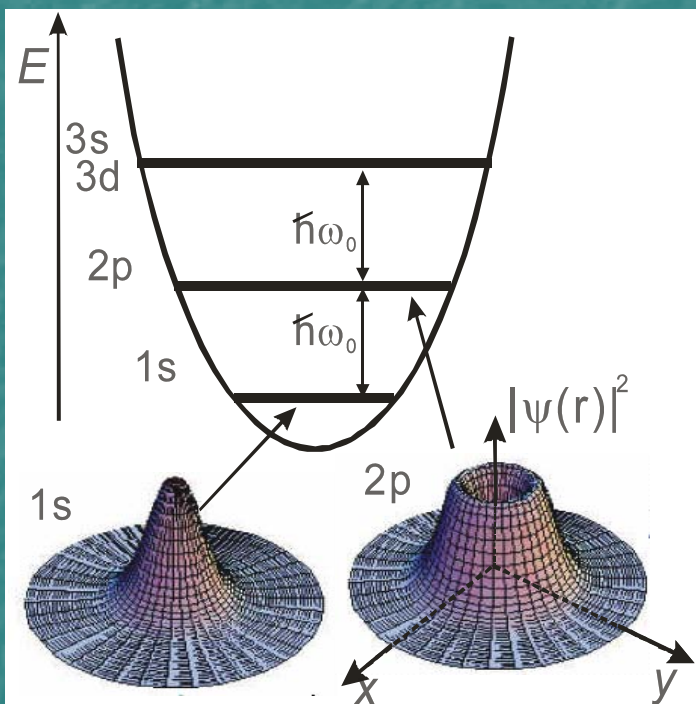
クーロン島  
(量子ドット)

1個の電子がトンネルすることによって島の静電ポテンシャルが上がる  
⇒ 次の電子は入れない



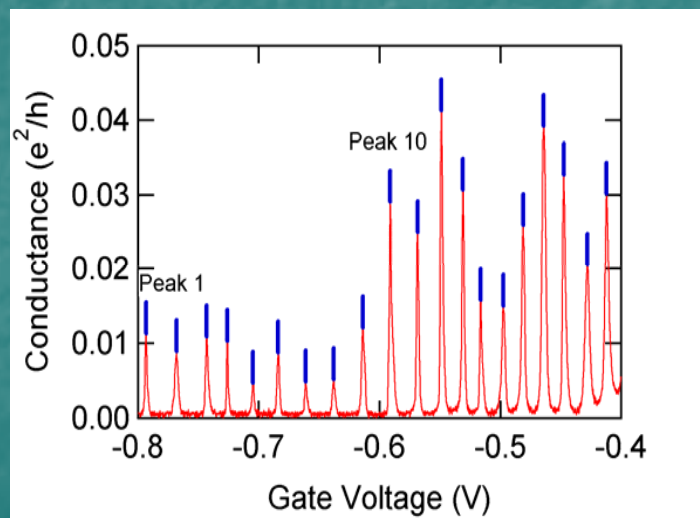
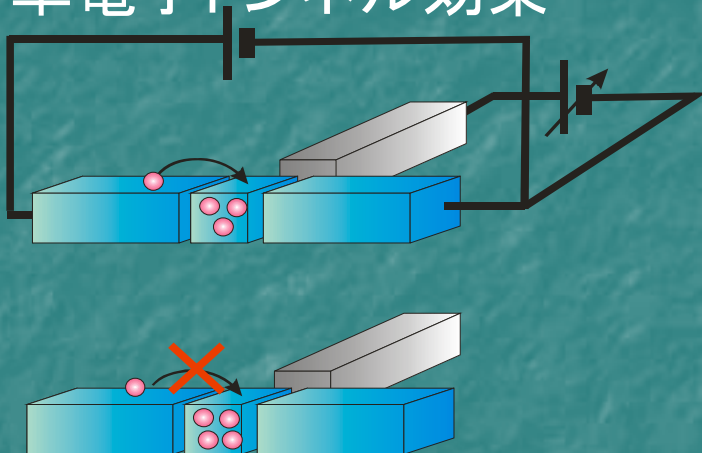
クーロン・ブロッケード

# 量子ドット(人工原子)

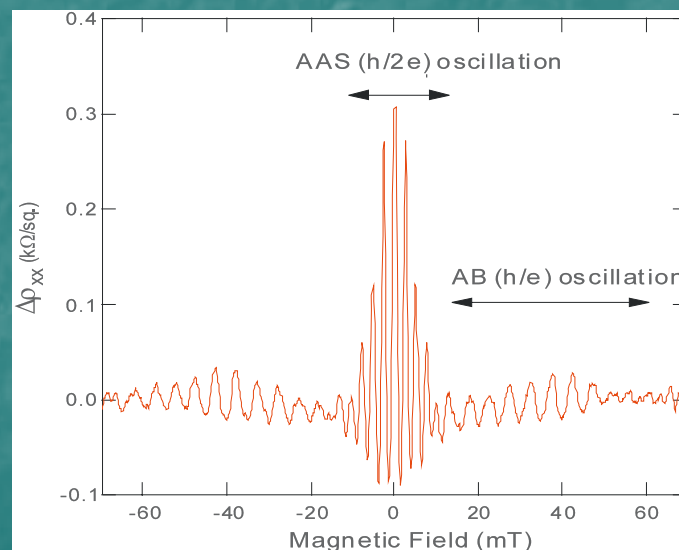
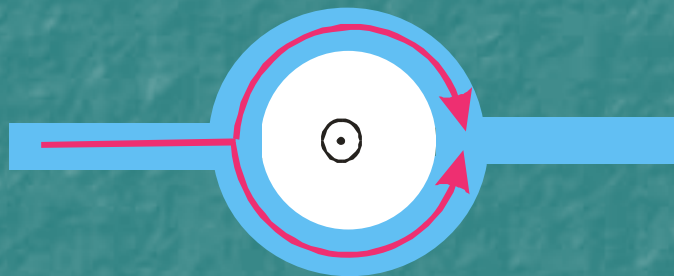


# メゾスコピック系の量子物理

単電子トンネル効果



量子干渉効果



電子の粒子性と波動性

粒子性



波動性

# まとめ

## メゾスコピック物理

人工的に設計した系＋先端的観察・測定手段

量子力学が目で見える

波動性 量子干渉効果

粒子性 単電子トンネル効果

マジックナンバー  $e^2/h = (25.813\text{k}\Omega)^{-1}$

基礎物理とハイテク技術のキャッチボール