N-gramモデル

東京大学　情報基盤センター
（総合文化研究科、情報学府　兼担）
中川裕志

文字列の統計的モデル

- 1次元文字列 $c_1\ c_2\ c_3,\ldots,\ c_n = C_1^n$
- 1次元単語列 $w_1\ w_2\ w_3,\ldots,\ w_n = w_1^n$
  - とりあえず単語列の場合として話を進める
- 単語列w_1^nの生起確率を各単語の条件付確率でモデル化

$$P(w_1^n) = P(w_1)P(w_2 \mid w_1)P(w_3 \mid w_1 w_2),\ldots,P(w_n \mid w_1^{n-1})$$

- 各項のw_nの条件付確率が文字列のモデル。これが直前のN単語に依存するモデルをN-gramモデルという

$$P(w_n \mid w_1^{n-1}) = P(w_n \mid w_{n-N+1}^{n-1})$$

Bag of Wordsモデル

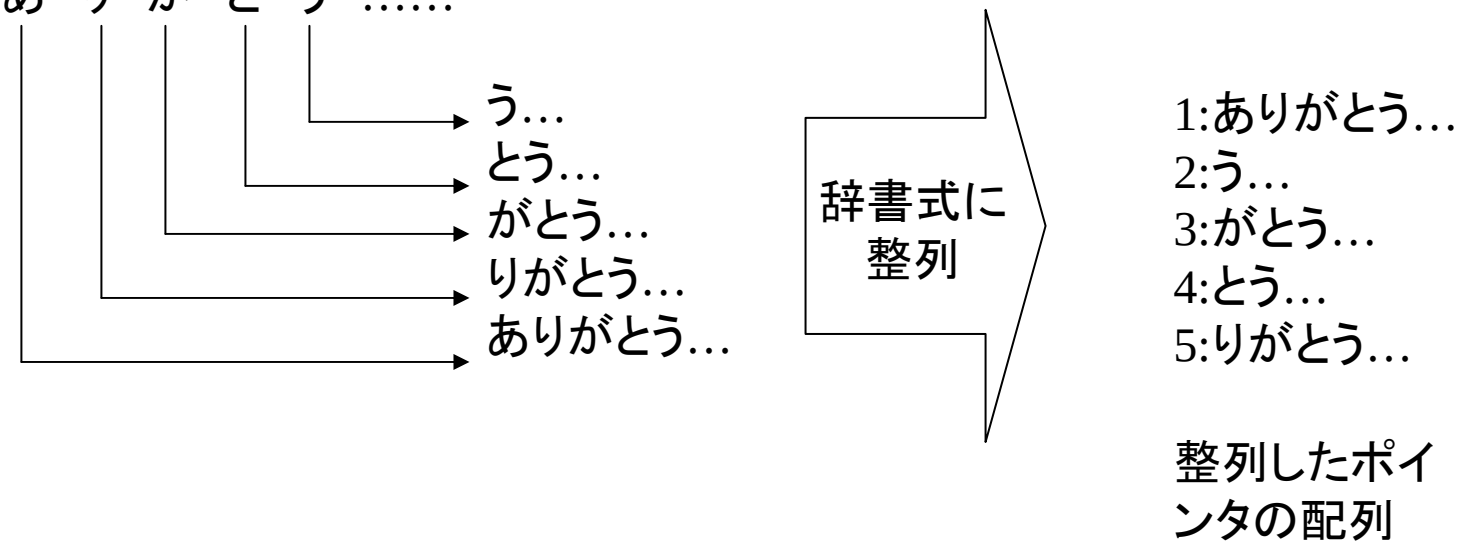
- 1-gramモデルだと、言語モデルは$P(w_n)$
  すなわち、各単語の（コーパスにおける）生起確率だけで決まる。
- 大胆な近似だが、計算が容易で、計算量も少ない。
- 情報検索では基本的モデルとして使われる

Nグラム

- Nグラムとは言語を特徴つける簡単な方法（言語モデル）
- ある言語単位（音素、文字、単語、品詞など）を選ぶ。その言語単位のN個連続をマルコフモデルで表したものをNグラム（N-gram)という。特に言語単位を陽に指定する場合、「言語単位名Nグラム」（例えば、単語2グラム）という。
- 単独の言語単位のモデルを unigram、2個の連続を bigram、3個の連続を trigram という。（zero-gram とは、全ての単語が等確率で生起するモデル）
- 異なり数を計算してみよう。
  - （1）英語の文字2グラムの総数
  - （2）日本語のモーラ2グラムの総数。
  - モーラ（拍）とは、ひらがな1文字同じ長さの音の単位。「ん」「っ」「ー」は1モーラ。
  - なお、音節(syllable)とは、「（子音）（半母音）母音（モーラ音素）」
  - （3）日本語の文字2グラムの総数
  - （4）日本語の単語2グラムの総数
  - （5）日本語の品詞2グラムの総数

Nグラムの計算

- ある言語におけるNグラムの種類の総数はとても大きすぎて計算できない場合が多い。実際のテキストにおいて出現したNグラムによって言語（の部分集合）を特徴つける。そこで、テキストにおけるNグラムの計算法が必要。
- あ り が と う ……



- 整列したポインタの配列を**サフィックスアレイ**という。先頭部分に同じ文字列を持つものが隣接ないし近接する。
- 近所を見回せば、同じNグラムが何個あるかという統計を簡単に計算できる。

KWIC （Key Word In Context）

- ある言語表現がどのような文脈に現れるかを、与えられたコーパスにおいて列挙したもの。
- 辞書式に整列したテキストへのポインタの配列（Nグラムの計算に利用するもの）を使えば、容易に抽出できる。
- Nグラムの計算　のページの「Nグラム」に対するKWICは以下の通り。

前の文脈	Key Word	後の文脈
ある言語における	Nグラム	の総数はとても大きすぎて
ストにおいて出現した	Nグラム	によって言語（の部分集合）
テキストにおける	Nグラム	の計算法が必要。

- Key Word がどのような単語や表現と共起するかという情報を得られる。共起情報は自然言語処理において必須の情報。

Nグラムの確率モデル

- NグラムはN言語単位の連鎖のモデルだが、言語単位としては、文字、単語、品詞などなんでも採用できる。
- まず、N言語単位の連鎖は、 $C(w_1 w_2 \ldots . w_n)$ 、ただしCはコーパス中の頻度.
- コーパスの文を文字のN重マルコフ過程つまり直前のN文字から次に現れる文字を予測するモデルにしたい。一般にN重マルコフ過程とは、現在の状態がN個前の入力に依存してきまる確率プロセス
- つまり、 である。

$$p(w_i \mid w_{i-n} \cdots w_{i-1})$$

- これは条件つき確率で

$$p(w_i \mid w_{i-n} \cdots w_{i-1}) = \frac{C(w_{i-n} \cdots w_{i-1} w_i)}{C(w_{i-n} \cdots w_{i-1})}$$

Nグラムの生起確率を求める　その１

- 最尤推定法
  文字のN-1重マルコフ過程 $p(w_n|w_1 \ldots w_{n-1}) = \frac{C(w_1 \ldots w_{n-1} w_n)}{C(w_1 \ldots w_{n-1})}$

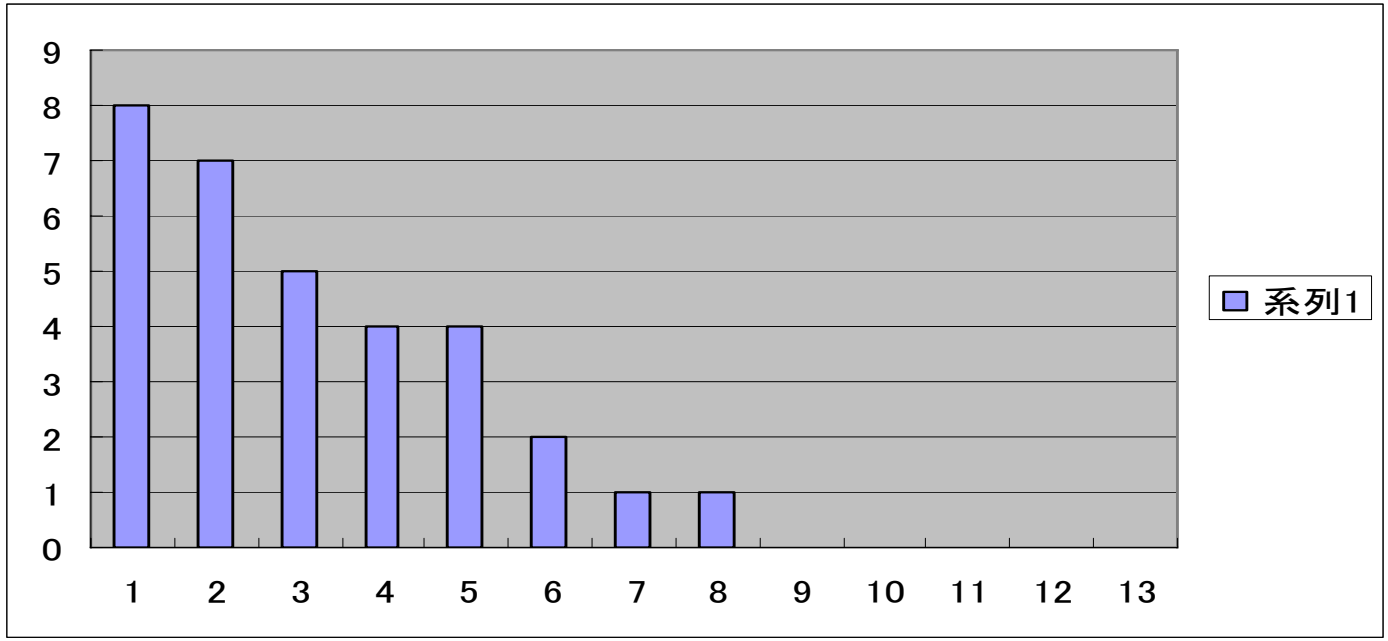
  相対頻度CからNグラムの生起確率を推定
- Nが大きいと信頼性の高いNグラム推定ができない。
- **相対頻度が0のNグラムがたくさん現れる。（データスパースネス問題）**
- 加算法:　単に分母分子に適当な数を足す。

$$P(w_n|w_1 \ldots w_{n-1}) = \frac{C(w_1 \ldots w_{n-1} w_n) + \delta}{N + V\delta} = \lambda \frac{C(w_1 \ldots w_{n-1} w_n)}{N} + (1-\lambda)\frac{1}{V}$$

$$where \quad \lambda = \frac{N}{N + \delta V}$$

分子が0の場合は単にδを分子とする。簡単だがあまり精度がよくない。
Vはコーパス中の異なり語数

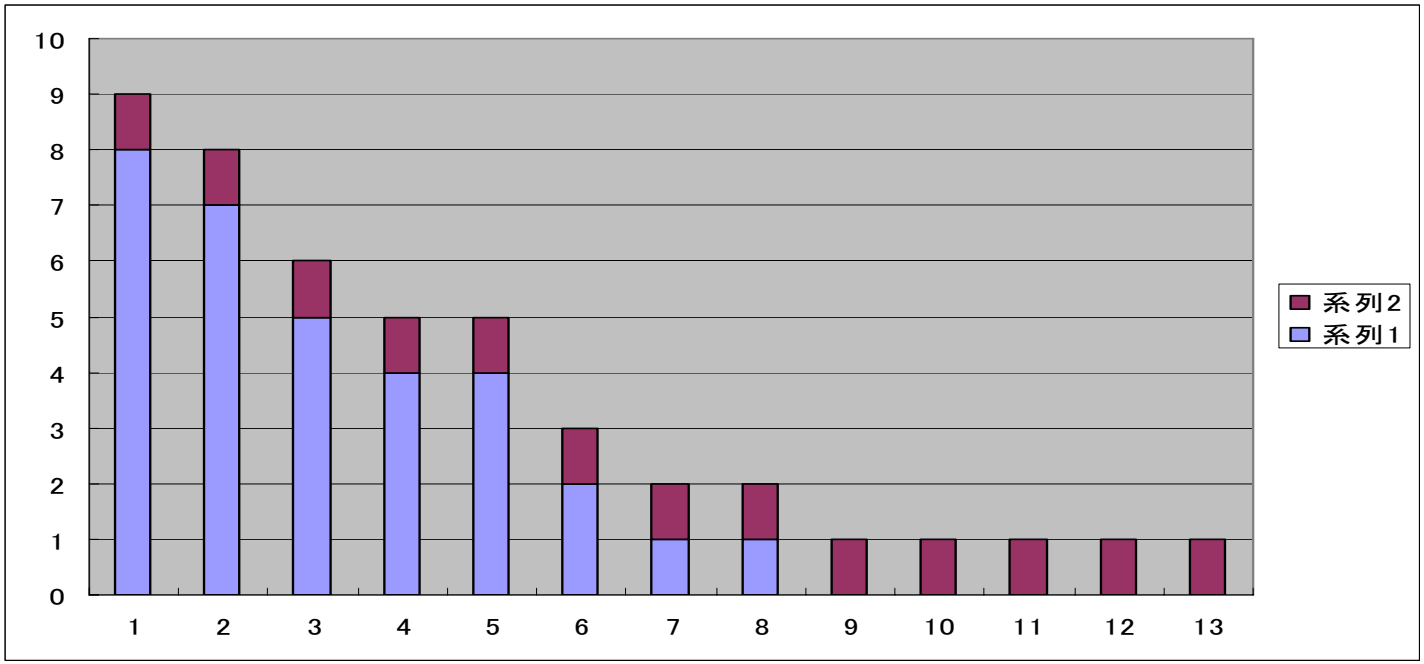
Back-off smoothing（元データの頻度）



実際に出現した単語(8個）

出現していないが、これから出現する可能性がある単語(5個）

各単語の頻度にδ（＝1）を加算

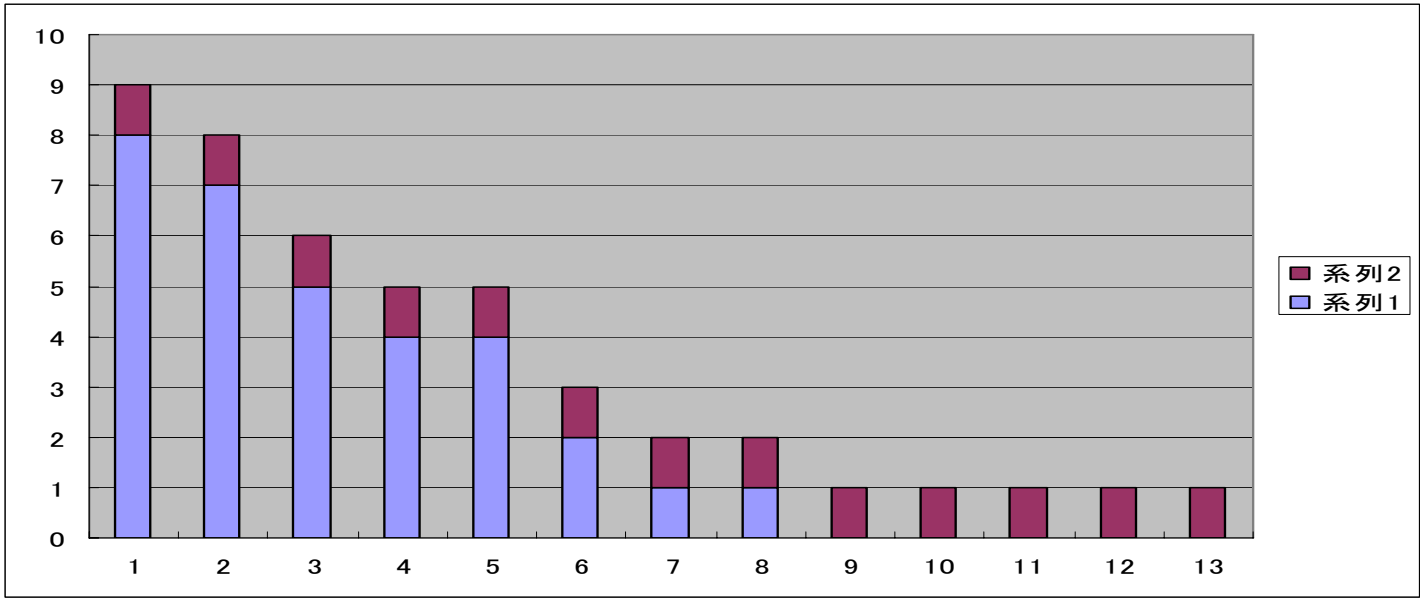


実際に出現した単語(8個)

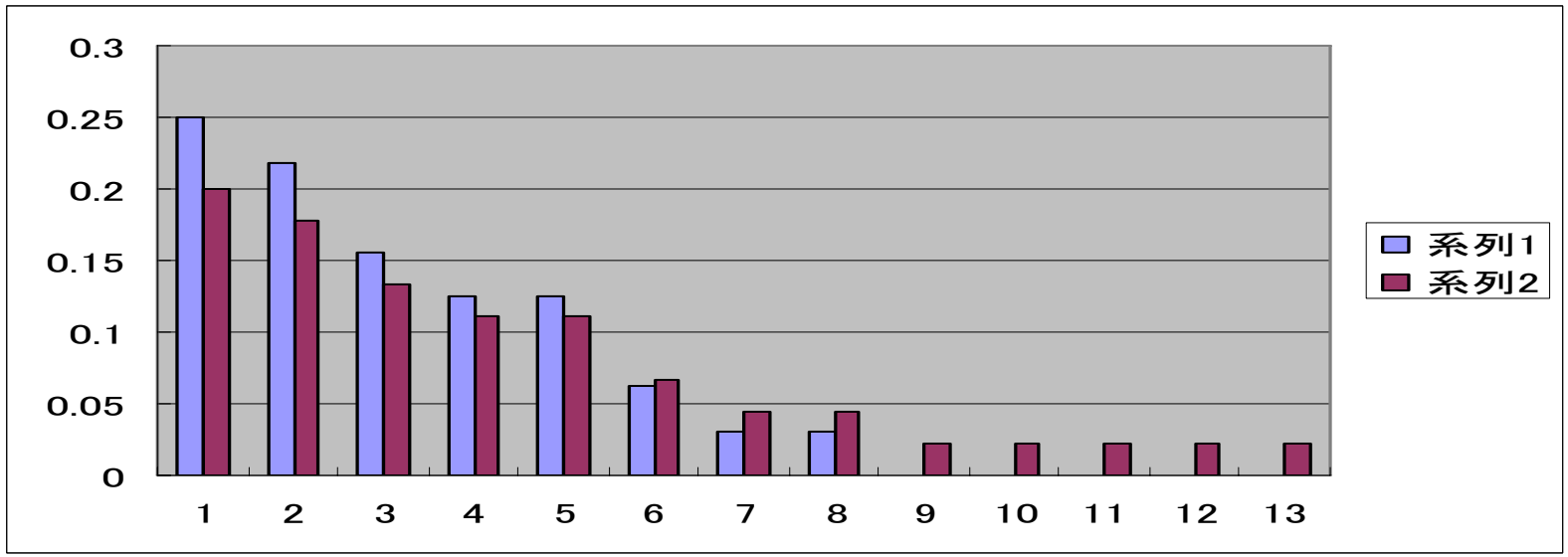
出現していないが、これから出現する可能性がある単語(5個)

Back-off smoothing（確率を計算しなおす）

原データ



確率



Nグラムの生起確率を求める　その2
Good-Turingの推定

- Good-Turingの推定

  語数Nのコーパス中でr回出現する異なり単語数をn_rとする。すると

$$N = \sum_{r>0} r n_r = n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \ldots$$

  ここでコーパスにr回出現する単語wの頻度を次の式で推定するのがGood-Turingの推定

$$r^* = (r+1)\frac{n_{r+1}}{n_r}$$

- Good-Turingの推定

  語数Nのコーパス中でr回出現する単語の数をn_rとする。すると

$$N=\sum_{r>0} r n_r = n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \ldots$$

ここでコーパスにr回出現する単語wの頻度を次の式で推定するのがGood-Turingの推定

$$r^* = (r+1)\frac{n_{r+1}}{n_r}$$

- ここで0回出現した単語の出現頻度の期待値0^*は

$$0^* = \frac{n_1}{n_0} = \frac{n_1}{\text{全語彙数} - \text{コーパスに出現した語彙数}}$$

- 一方、1回以上出現した単語の相対頻度の総和を求めると

$$\sum_{r>0} \frac{n_r r^*}{N} = 1 - \frac{n_1}{N}$$

つまり、 $\frac{n_1}{N}$ がコーパスに出現しない全単語の頻度の合計の推定確率

- なお、 $d = \frac{r^*}{r}$ をディスカウント係数という。

Good-Turingの推定の導出

- 母集団における異なり単語数をMとする
- 母集団における単語w_iの出現確率を$P(w_i)$
- w_i が語数（サイズ）Nのコーパス中で出現する回数を$C(w_i)$ 当然 $\sum_{i=1}^{M} C(w_i) = N$
- 単語wがコーパス中にr回出現したとき、wの母集団での生起確率および出現回数の期待値は

$$E[P(w) \mid C(w) = r] = \sum_{i=1}^{M} P(w = w_i \mid C(w) = r) P(w_i) \qquad -(1)$$

$$r^* = E[r \mid C(w) = r] = E[P(w) \mid C(w) = r] N \qquad -(2)$$

- サイズNのコーパスにおける単語の出現確率分布を2項分布とすると

$$P(w=w_i \mid C(w)=r)=\frac{P(C(w_i)=r)}{\sum_{i=1}^{M} P(C(w_i)=r)}$$

$$=\frac{{}_N C_r P(w_i)^r (1-P(w_i))^{N-r}}{\sum_{i=1}^{M} {}_N C_r P(w_i)^r (1-P(w_i))^{N-r}} \quad -(3)$$

この結果を(1)に代入すると

$$E[P(w) \mid C(w)=r]=\frac{\sum_{i=1}^{M} {}_N C_r P(w_i)^{r+1} (1-P(w_i))^{N-r}}{\sum_{i=1}^{M} {}_N C_r P(w_i)^r (1-P(w_i))^{N-r}} \quad -(4)$$

サイズNのコーパス中にr回出現する単語の総数の期待値

$$E_N[N_r] = \sum_{i=1}^{M} P(C(w_i) = r) = \sum_{i=1}^{M} {}_N C_r P(w_i)^r (1 - P(w_i))^{N-r}$$

すると(4)は${}_N C_r = \frac{r+1}{N+1} {}_{N+1} C_{r+1}$から以下のように書き換えられる

$$E[P(w) \mid C(w) = r] = \frac{r+1}{N+1} \frac{E_{N+1}(N_{r+1})}{E_N(N_r)} \qquad -(5)$$

この結果を使って(2)式のr*を求めると

$$r^* = E[P(w) \mid C(w) = r]N = N \frac{r+1}{N+1} \frac{E_{N+1}(N_{r+1})}{E_N(N_r)} \qquad -(6)$$

ここでNが十分大きく、$E_N(N_r)$をコーパス中に出現頻度N_rで近似すると

$$r^* = (r+1) \frac{N_{r+1}}{N_r} \qquad \text{となる}$$

Nグラムの生起確率を求める　その4（バックオフスムースジング）

- Good-Turingの推定を基礎にした頻度＝0のbi-gramの頻度推定

$$p(w_2|w_1)=\frac{C^*(w_1,w_2)}{C(w_1)}=\frac{C^*(w_1,w_2)}{C\ (w_1,w_2)}\times\frac{C(w_1,w_2)}{C(w_1)}=d_{C(w_1,w_2)}\frac{C(w_1,w_2)}{C(w_1)}$$

- この計算によればコーパス中に出現する bi-gram の確率の和は1より小さい

$$\beta(w_1)=1-\sum_{w_2:C(w1,w2)>0} p(w_2|w_1)$$

- この $\beta(w_1)$ は w_1 に対して $C(w_1,w_2)=0$ となる全 w_2 の条件つき確率の和。
- これを $C(w_1,w_2)=0$ なる単語列の確率に分配して $p(w_2|w_1)$ を求める

$$p(w_2\mid w_1)=\frac{\beta(w_1)p(w_2)}{\sum_{w:C(w1,w_2)=0} p(w_2)}=\frac{1-\sum_{w_2:C(w1,w_2)>0} p(w_2\mid w_1)}{1-\sum_{w_2:C(w1,w)>0} p(w_2)}\times p(w_2)$$

Nグラムの拡張　その1　クラスモデル

- Nグラム　クラスモデル：　例えば品詞のような単語のクラスから次にくる単語を予測するモデル。単語をw、品詞をcとする。すると、1重マルコフモデルで　品詞-単語の bi-gramクラスモデルは、

$$p(w_n \mid w_{n-1}) = p(w_n \mid c_n)p(c_n \mid c_{n-1})p(c_{n-1} \mid w_{n-1})$$

$$= p(w_n \mid c_n)p(c_n \mid c_{n-1})$$

$$\because p(c_{n-1} \mid w_{n-1}) = 1$$

ただし、 c_i　は単語　w_i　の属するクラス（例えば品詞）

一般には単語は複数の品詞を持つ。よって、次のように書くべき。

$$p(w_n \mid w_{n-1}) = \sum_{c_n} p(w_n \mid c_n)p(c_n \mid c_{n-1})$$

例えば、クラスとして品詞を使うと品詞の異なり数は単語の異なり数よりはるかに少ないので、Nの大きいNグラムも計算できる。

Nグラムの拡張　その２　キャッシュモデル

- 直前の n 語の中に、現在の単語と同じ単語が何回現れるか。
- 問題：このモデルを式で書けますか？
-